Государственное
автономное
учреждение
дополнительного
профессионального
образования

«БРЯНСКИЙ
ИНСТИТУТ
ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ
РАБОТНИКОВ
ОБРАЗОВАНИЯ»

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ К ПРОГРАММЕ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ ЦТО (10 КЛАСС)

БРЯНСКИЙ
ИПКРО

2022

БКК 74.200
Т 90

Печатается по решению редакционно-издательского совета государственного автономного учреждения дополнительного профессионального образования «Брянский институт повышения квалификации работников образования»

Теоретические дополнения к программе по физике для ЦТО (10 класс): Учебно-методическое пособие/Сост. А.И. Степаниденко. – Брянск: БИО ГАУ ДПО «БИПКРО», 2022. – 80 с.

Рецензент:
Бирюлина Е.В., заведующий кафедрой естественно-математического и цифрового образования, к.п.н.

Предназначен для педагогических работников, работающих в центрах технического образования

Редактирование авторское

ББК 74.200

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное пособие разрабатывалось в помощь учителям физики Центров технического образования Брянской области. Ниже отражены некоторые вопросы, выходящие за рамки школьного курса. Пособие содержит достаточное количество задач для работы на занятиях.

Однако, его можно использовать и на уроках физики, особенно параграф 3, где отражены основные законы механики и даны границы их применимости. Следует обратить внимание на этот параграф при подготовке детей к обоснованию задания №30 ЕГЭ. Отмечу, что я дал вполне достаточный минимум необходимый для получения 1 балла при обосновании, т.е. если ребёнок посчитает что-то добавить, то это его дело.

Кроме того, в пособии разобраны задачи из олимпиад и ДВИ МГУ, поэтому оно будут полезно и детям при подготовке к олимпиадам.

Желаю всем пользователям успехов в изучении физики

МЕХАНИКА

§ 1.Ускорение и его виды.

Ускорение – это величина, которая характеризует быстроту изменения скорости.

Говоря на уроках об ускорении, следует отметить, что ускорение бывает средним и мгновенным. Понятно, что в школьном курсе очень трудно говорить о мгновенных значениях физических величин, но всё-таки обозначим данные понятия.

Среднее ускорение – это отношение изменения скорости к промежутку времени, за который это изменении произошло. Именно с этим ускорением мы и работаем в школьном курсе физики, подразумевая что физические величины изменяются линейно. Определить среднее ускорение можно формулой:

$$\overrightarrow{a_{\text{ср}}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

где $\vec{a}$ – **вектор ускорения**.

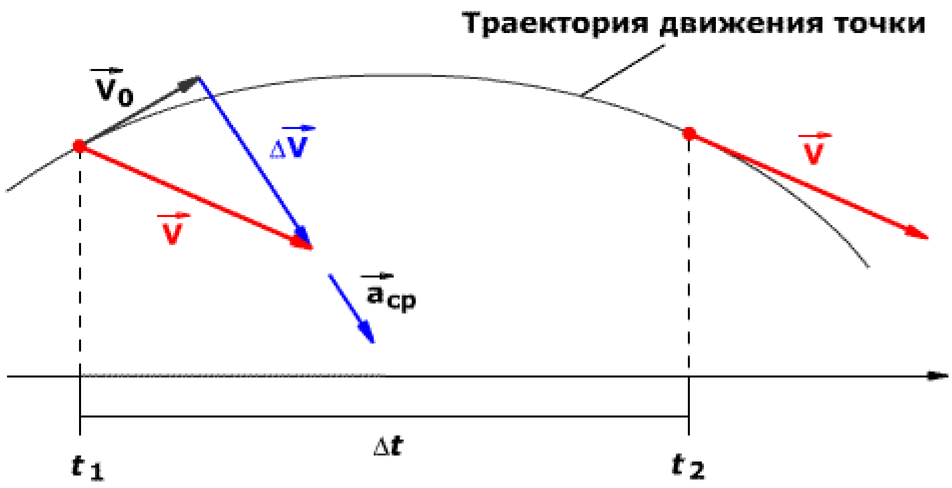
Направление вектора ускорения совпадает с направлением изменения скорости $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \overrightarrow{v_0}$ (здесь $\vec{v}_0$ – это начальная скорость, то есть скорость, с которой тело начало ускоряться).

В момент времени t_1 тело имеет скорость $\vec{v}_0$. В момент времени t_2 тело имеет скорость $\vec{v}$. Согласно правилу вычитания векторов, найдём вектор изменения скорости

$$\Delta\vec{v} = \vec{v} - \overrightarrow{v_0}$$

Тогда определить ускорение можно так:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$



В СИ **единица ускорения** – это 1 метр в секунду за секунду (или метр на секунду в квадрате), то есть $1\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Мгновенное ускорение тела (материальной точки) в данный момент времени – это физическая величина, равная пределу, к которому стремится среднее ускорение при стремлении промежутка времени к нулю. Иными словами – это ускорение, которое развивает тело за очень короткий отрезок времени:

$$\vec{a} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Направление ускорения совпадает с направлением изменения скорости $\Delta \vec{v}$ при очень малых значениях промежутка времени, за который происходит изменение скорости. Вектор ускорения может быть задан проекциями на соответствующие оси координат в данной системе отсчёта (проекциями a_x, a_y, a_z).

При ускоренном прямолинейном движении скорость тела возрастает по модулю, то есть

$v_2 > v_1$ а направление вектора ускорения совпадает с вектором скорости $\vec{v}_2$.

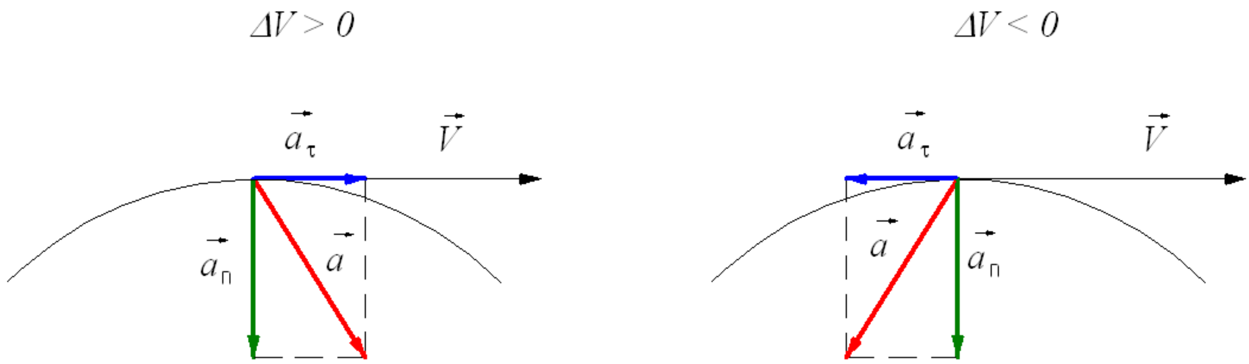
Если скорость тела по модулю уменьшается, то есть $v_2 < v_1$, то направление вектора ускорения противоположно направлению вектора скорости $\vec{v}_2$. Иначе говоря, в данном случае происходит **замедление движения**, при этом проекция ускорения будет отрицательной $(a_x < 0)$.

При движении по криволинейной траектории изменяется не только модуль скорости, но и её направление. В этом случае вектор ускорение представляют в виде двух составляющих.

Тангенциальное (касательное) ускорение – это составляющая вектора ускорения, направленная вдоль касательной к траектории в данной точке траектории движения. Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по модулю при криволинейном движении.

$$a_\tau = \frac{v - v_0}{t}$$

Вектор тангенциального ускорения сонаправлен вектору скорости, если скорость тела увеличивается, и наоборот.



Нормальное ускорение – это составляющая вектора ускорения, направленная вдоль нормали к траектории движения в данной точке на траектории движения тела. То есть вектор нормального ускорения перпендикулярен линейной скорости движения. Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению и обозначается буквой $\vec{a}_n$. Вектор нормального ускорения направлен по радиусу кривизны траектории к её центру. В школьном курсе об этой составляющей мы говорим, как о центростремительном ускорении.

$$a_n = a_ц = \frac{v^2}{R}$$

Полное ускорение при криволинейном движении складывается из тангенциального и нормального ускорений по правилу сложения векторов и определяется формулой:

$$a^2 = a_\tau^2 + a_n^2$$

,

Или

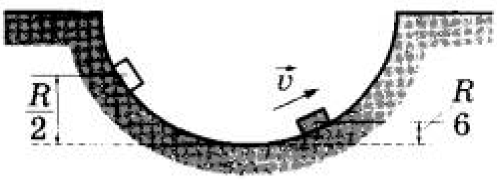
$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

(согласно теореме Пифагора, для прямоугольного прямоугольника).

Направление полного ускорения также определяется правилом сложения векторов

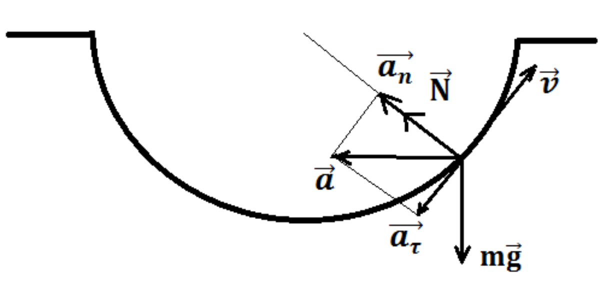
$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Задание 24 (ЕГЭ). Маленькая шайба движется из состояния покоя по неподвижной гладкой сферической поверхности радиусом R. Начальное положение шайбы находится на высоте R/2 относительно нижней точки поверхности. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на шайбу в момент, когда она движется вправо вверх, находясь на высоте R/6 над нижней точкой поверхности (см. рисунок). Покажите на этом рисунке, куда направлено в этот момент ускорение шайбы (по радиусу поверхности, по касательной к поверхности, внутрь поверхности, наружу от поверхности). Ответ обоснуйте. Сопротивление воздуха не учитывать.



Решение.

1. К шайбе приложены сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила реакции поверхности $\vec{N}$, направленная по радиусу вверх. Ускорение шайбы $\vec{a}$ направлено внутрь траектории левее направления силы N (см. рисунок).



2. В исследуемой точке скорость шайбы $v \neq 0$, поэтому у шайбы есть Нормальная составляющая (центростремительное) ускорения $\vec{a}_{ц} \neq 0$, направленное к центру окружности, по которой движется шайба.

3. Скорость шайбы в данной точке направлена по касательной, при этом её модуль уменьшается. Значит, у шайбы есть тангенциальная составляющая ускорения $\vec{a}_{\tau}$, направленная противоположно вектору скорости, т. к. модуль скорости уменьшается.

4. Полное ускорение шайбы находим по формуле $\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{ц}$. Значит, направление ускорения находим по правилу параллелограмма, т. е. оно направлено внутрь сферической поверхности левее направления силы $\vec{N}$.

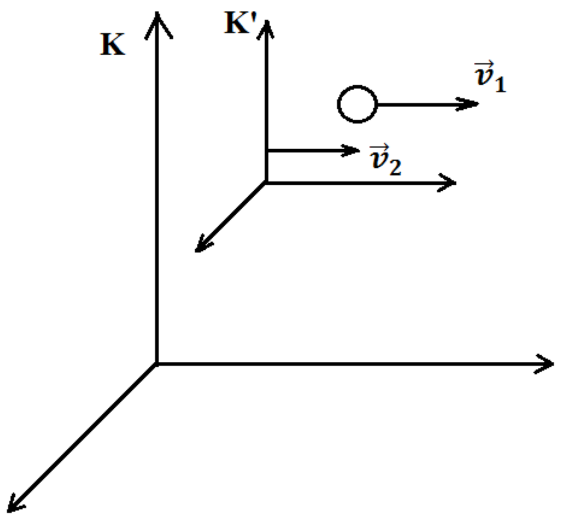
§ 2. Относительность движения. ИСО

Напомним немного теории по данной теме.

Инерциальная система отсчёта (ИСО) – система отсчёта, относительно которой поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано.

Вот здесь стоит отметить следующее. Во многих учебниках авторы утверждают, что инерциальных систем отсчёта существует бесконечное множество. Это как бы следует из правила об инерциальных системах. Дело в следующем: «Если система отсчёта К' движется прямолинейно и равномерно относительно инерциальной системы отсчёта К, то она тоже будет инерциальной.». Отсюда и делается вывод о бесконечном числе ИСО. Однако, где найти строго инерциальную систему отсчёта К. С большой долей точности систему отсчёта, связанную с Землёй, можно считать инерциальной (для большинства инженерных расчётов, например). Но на самом деле скорость Земли меняется и по модулю, и по направлению. Аналогичная ситуация и с системой отсчёта, связанной с Солнцем.

Перейдём теперь к классическому закону сложения скоростей.



Пусть К – неподвижная система отсчёта (НСО), К' – подвижная система отсчета (ПСО)

$\vec{v}_1$ – скорость тела относительно ПСО,

$\vec{v}_2$ – скорость ПСО относительно НСО.

Обозначим за $\vec{v}$ – скорость тела относительно НСО. Тогда классический закон сложения скоростей имеет вид

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2}$$

Наибольший интерес представляют задачи по данной теме, решение которых дается очень трудно детям. Дело в том, что иногда нужно переходить в другие системы отсчета.

Задача №1. Корабль движется на запад со скоростью v. Ветер дует с северо-запада под углом α к меридиану. Скорость ветра, измеренная на корабле, равна u. Найти скорость ветра v_1 относительно земли.

Решение:

Разберёмся с условием:

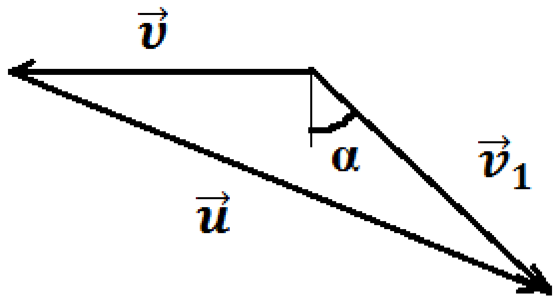
$\vec{v}$ – скорость корабля (скорость ПСО),

$\vec{u}$ – скорость ветра относительно корабля (скорость относительно ПСО),

$\vec{v}_1$ – скорость ветра относительно земли (скорость относительно НСО).

Тогда по классическому закону сложения скоростей:

$$\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{u}$$



Изобразим на рисунке треугольник скоростей, в котором известны две стороны и угол, следовательно, можно применить теорему косинусов:

$$u^2 = v^2 + v_1^2 - 2vv_1 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

Или

$$v_1^2 + (2v\sin\alpha)v_1 + (v^2 - u^2) = 0$$

Тогда $D = 4v^2\sin^2\alpha - 4v^2 + 4u^2 = 4u^2 - 4v^2\cos^2\alpha = \left(2\sqrt{u^2 - v^2\cos^2\alpha}\right)^2$

Значит, убирая отрицательный корень, получим

$$v_1 = -(v\sin\alpha) + \sqrt{u^2 - v^2\cos^2\alpha}$$

Ответ: $v_1 = -(v\,sin\,\alpha) + \sqrt{u^2 - v^2\,cos^2\,\alpha}$

Задача №2. Корабль идет на запад со скоростью v. Известно, что ветер дует с юго-запада (α=45°). Скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна u_0. Найти скорость ветра u относительно Земли.

Решение: Изобразим всё на рисунке. По условию:

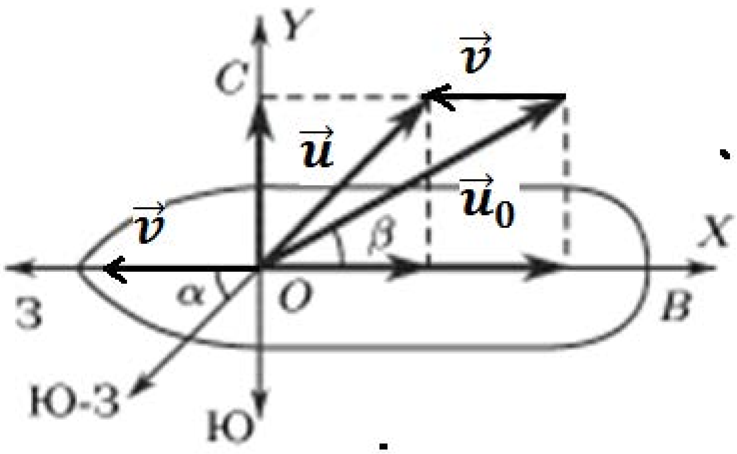
$\vec{u}$ – скорость ветра относительно Земли (относительно НСО),

$\vec{v}$ – скорость корабля относительно Земли (скорость ПСО относительно НСО),

$\vec{u}_0$ – скорость ветра, относительно палубы корабля (относительно ПСО).

Согласно классическому закону сложения скоростей:

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{v}$$



Из рисунка видно:

$$u_0 \sin\beta = u \sin\alpha$$

$$u_0 \cos\beta = u \cos\alpha + v$$

Ну коль задача в общем виде будем решать систему двух последних уравнений тоже в общем виде. Возведём оба уравнения в квадрат:

$$u_0^2 \sin^2\beta = u^2 \sin^2\alpha$$

$$u_0^2 \cos^2\beta = u^2 \cos^2\alpha + 2uv\cos\alpha + v^2$$

Сложив оба уравнения, получим:

$$u_0^2 = u^2 + 2uv\cos\alpha + v^2$$

Учитывая, что α=45°, приходим к квадратному уравнению:

$$u^2 + \sqrt{2}vu + (-u_0^2 + v^2) = 0$$

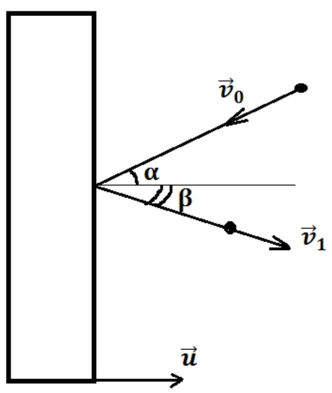
Решая его, получим

$$D = 2v^2 + 4u_0^2 - 4v^2 = 4u_0^2 - 2v^2 = \left(2\left(\sqrt{u_0^2 - \frac{v^2}{2}}\right)\right)^2$$

Тогда, исключая отрицательный корень, окончательно получаем:

$$u = -\frac{v^2}{\sqrt{2}} + \sqrt{u_0^2 - \frac{v^2}{2}}$$

Ответ: $u = -\frac{v^2}{\sqrt{2}} + \sqrt{u_0^2 - \frac{v^2}{2}}$



Задача №3 Массивную плиту двигают горизонтально с постоянной скоростью, перпендикулярной вертикальной поверхности плиты. О плиту упруго ударяется шарик (см. рисунок). Скорость шарика непосредственно перед ударом равна 8 м/с и направлена под углом α к нормали (для плиты, синус угла α равен $\frac{3}{8}$). Сразу после удара скорость направлена под углом β к нормали (синус угла β равен $\frac{1}{3}$). Найти скорость плиты.

Решение: Данная задача относится к тому типу, когда понимание условия и происходящих процессов практически и приводят к полному решению. Кроме того, правильно выполненный рисунок, с соблюдением всех пропорций здесь тоже имеет большое значение.

За неподвижную систему отсчёта примем систему, связанную с Землёй, за подвижную – с плитой.

$\vec{u}$ – скорость плиты (скорость ПСО),

$\vec{v}_0$ – скорость шарика непосредственно перед ударом, относительно Земли (относительно НСО),

$\vec{v}_1$ – скорость шарика непосредственно после удара, относительно Земли (относительно НСО),

$\vec{v}_{\text{отн}}$ – скорость шарика относительно плиты (относительно ПСО).

Тогда по закону сложения скоростей получаем:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{u}$$

Или

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_0 + (-\vec{u})$$

Изобразим всё на рисунке, где покажем составляющие относительной скорости (рис. 1)

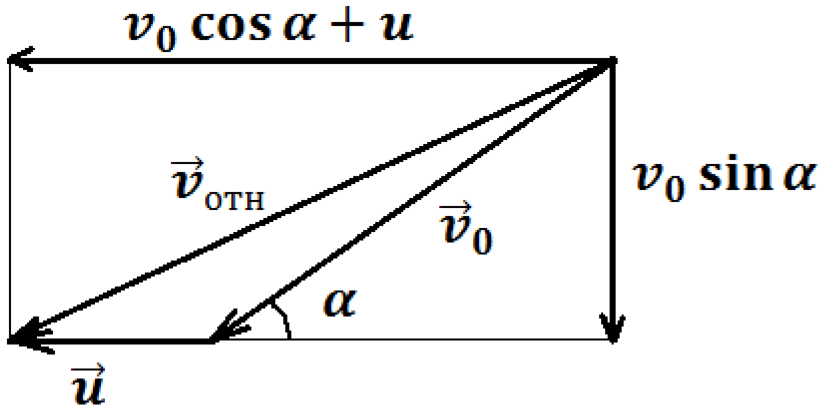


Рис 1

Теперь после удара. Дело в том, что закон упругого отражения (угол падения равен углу отражения) выполняется только в системе отсчёта, связанной с плитой и естественно только для относительной скорости, при этом её модуль не изменится. По законы сложения скоростей получим

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{u}$$

И снова изобразим всё на рисунке

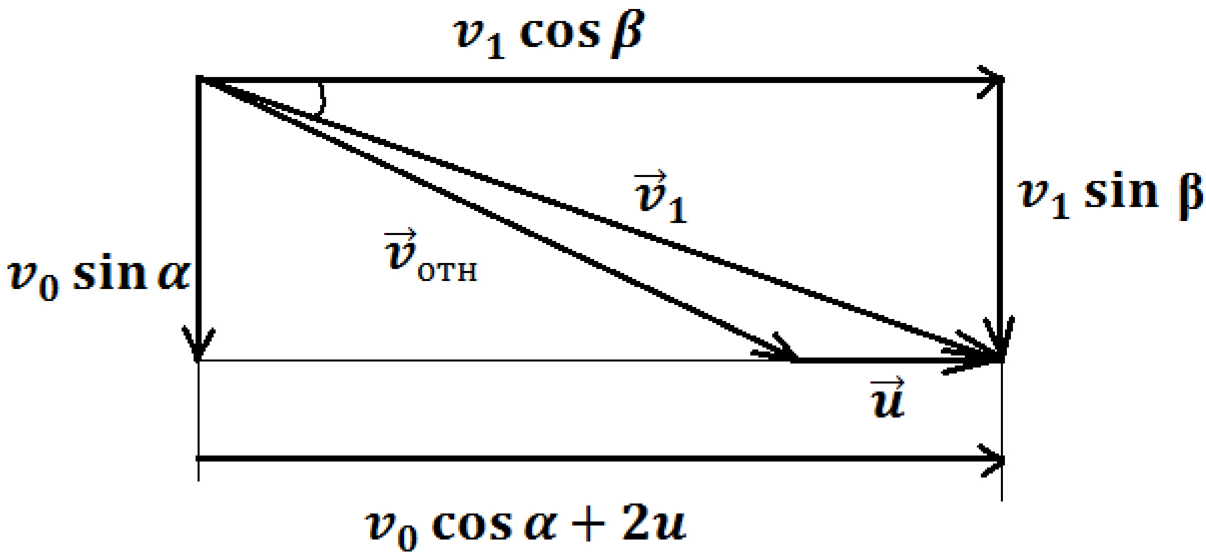


Рис 2

Анализируя рисунки получим:

$$v_0 \sin\alpha = v_1 \sin\beta \qquad (1)$$

$$v_0 \cos\alpha + 2u = v_1 \cos\beta \qquad (2)$$

Осталось решить полученную систему уравнений. Найдем предварительно косинусы углов

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$cos\,\beta = \sqrt{1-sin^2\,\beta} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

Тогда из уравнения (1) следует:

$$v_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{8\times 3\times 3}{8} = 9(\text{м/с})$$

Из уравнения (2) следует:

$$u = \frac{v_1\cos\beta - v_0\cos\alpha}{2} = \frac{9\times\frac{\sqrt{8}}{3} - 8\times\frac{\sqrt{55}}{8}}{2} = \frac{3\sqrt{8}-\sqrt{55}}{2} \approx 1{,}1(\text{м/с})$$

Ответ: 1,1 м/с.

§ 3. Законы механики. Границы применимости и обоснования их применения.

Прежде чем говорить о законах механики, границах применимости и, как итог, обоснованиях применения, давайте разберемся с двумя понятиями, с которыми возникает большая путаница.

Материальная точка – тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь.

Поступательное движение - движение, при котором все точки тела движутся одинаково, при этом отрезок, соединяющий две точки тела остается параллельным самому себе (***нет ни поворотов, ни вращений***).

Следует учитывать, что это два разных понятия и отождествлять их ни в коем случае нельзя. При обосновании в задании №30 ЕГЭ запись **«…тела движутся поступательно, значит, они являются материальными точками…»** является неверной. Более правильным будет следующее: **«так как тела движутся поступательно к ним можно применить модель материальной точки».**

Таким образом, обоснование в задании №30 для любого типа задач будут начинаться одинаково (возможны два варианта)

1.Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Тела, исходя из условия, считаем материальными точками.

Или

1. Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Из условия следует, что тела движутся поступательно, значит, к ним можно применить модель материальной точки.

Далее рассмотрим основные законы и их границы применимости.

Закон всемирного тяготения.

Силы гравитационного притяжения между двумя телами во Вселенной прямо пропорциональны произведению масс этих тел и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними.

$$\boxed{F_т = G\frac{m_1 \times m_2}{R^2}}$$

Границы применимости:

1) Для двух материальных точек

2) Для двух шаров (расстояние между телами равно расстоянию между центрами тел)

3) Для шара и материальной точки (расстояние отсчитываем от центра шара)

Законы Ньютона

Первый закон: **Существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальная точка, сохраняет свою скорость постоянной, если на неё не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано.**

Второй закон: **В инерциальной системе отсчёта ускорение, которое получает материальная точка с постоянной массой, прямо пропорционально равнодействующей всех приложенных к ней сил и обратно пропорционально её массе**.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m}}$$

Закон в такой формулировке применяется при решении задач по динамике, но очень часто встречаются задачи, в которых лучше использовать второй закон в иной формулировке:

Импульс равнодействующей силы равен изменению импульса тела

$$\boxed{\vec{F} \times \Delta t = \Delta\vec{p}}$$

Данная формула (а в проекциях на ось ОХ имеет вид $F_x \times \Delta t = \Delta p_x$) еще пригодится при дальнейших обоснованиях применения законов.

Здесь я привел упрощенную формулировку, так как физика в школе очень страдает от отсутствия понятия производной хотя бы в упрощенной форме, но в начале 10 класса. Более правильно следует говорить:

В инерциальной системе отсчёта скорость изменения импульса материальной точки равна равнодействующей всех приложенных к ней внешних сил.

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}}$$

Третий закон: **Материальные точки взаимодействуют друг с другом силами, имеющими одинаковую природу, направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, равными по модулю и противоположными по направлению:**

$$\boxed{\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}}$$

Границы применимости:

1) Только в инерциальных системах отсчёта

2) Для материальных точек

3) Для тел, движущихся со скоростями значительно меньше скорости света

Таким образом, при обосновании применения законов Ньютона будем прописывать (дополняем вышеуказанные обоснования):

Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Из условия следует, что тела движутся поступательно, значит, к ним можно применить модель материальной точки. Скорости тел значительно меньше скорости света, значит, можем применять законы Ньютона.

Закон сохранения импульса

В замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, остается постоянной при любых взаимодействиях и движениях тел этой системы.

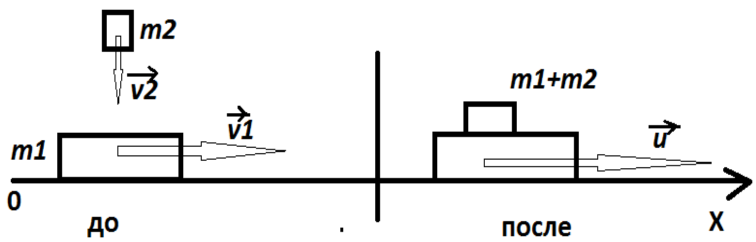
$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

Что касается данного закона, я бы предостерег от использования его в векторной форме. Лучше применять сразу в проекциях на произвольно выбранную ось. Поясню на примере:

Задача №1. На вагонетку массой 100кг, движущуюся со скоростью 5м/с с высоты 2 метра подает груз массой 25 кг. Найти скорость вагонетки с грузом. Сопротивлением воздуха и трением пренебречь.

Дано:
m1=100 кг
v1=5м/с
H=2м
m2=25 кг
u-?

Решение:



При записи закона сохранения в векторной форме

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

нарушаются законы векторной алгебры. При такой записи либо рисунок неверный (вектор скорости $\vec{u}$ должен быть направлен вниз под углом к горизонту), либо неверно векторное равенство. Поэтому закон сохранения импульса лучше записывать в проекциях на ось ОХ (это поможет и при обоснованиях).

Границы применимости:

Система замкнутая – закон применим всегда. Однако, задач с замкнутыми системами взаимодействующих тел мы ни на уроках, ни в ЕГЭ не решаем. Дело в том, что решая задачи на столкновение тел, мы применяем закон сохранения импульса только для этих тел, и тогда такие силы, как например сила тяжести или реакция опоры, являются внешними. Приводя обоснования в №30 ЕГЭ нужно уметь «обходить» эти внешние силы.

Итак, система незамкнутая:

1) Внешние силы стремятся к нулю. Как правило, в задачах оговаривается, что сопротивлением воздуха и трением, например, пренебречь. Поэтому при обосновании будем это учитывать.

2) Внешние силы компенсируют друг друга. Я бы не стал использовать это при обосновании.

3) Проекция внешней силы на выбранную ось равна нулю. Вот это утверждение будем использовать при неупругом столкновении тел (использовать для неупругого удара).

Так для предыдущей задачи обоснование было бы, например, следующее (применение каждого закона будем описывать с новой строки).

Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Из условия следует, что тела движутся поступательно, значит, к ним можно применить модель материальной точки.

Сопротивлением воздуха и трением пренебречь. Во время столкновения на тела действуют внешние силы, проекции которых на выбранную ось OX равны 0. Значит, исходя из формулы ($F_x \times \Delta t = \Delta p_x$), изменение проекции импульса на данную ось равно 0, следовательно, можно применять закон сохранения импульса в проекциях на ось OX.

4) Внешние силы достаточно велики, но время взаимодействия очень маленькое, поэтому изменением импульса под действием этих сил можно пренебречь (для упругого удара).

В случае абсолютно упругого взаимодействия обоснование звучать будет иначе

Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Из условия следует, что тела движутся поступательно, значит, к ним можно применить модель материальной точки.

Сопротивлением воздуха и трением пренебречь. Время взаимодействия тел очень маленькое, следовательно, исходя из формулы $\vec{F} \times \Delta t = \Delta\vec{p}$, изменением импульса под действием внешних сил можно пренебречь, следовательно, можно применять закон сохранения импульса.

Закон сохранения энергии

Консервативные силы (потенциальные силы) — это силы, работа которых определяется начальным и конечным положением тел (сила тяготения, сила упругости). Работа таких сил не зависит от формы траектории, а по замкнутому контуру ровна нулю.

Энергия не исчезает и не создаётся. Она превращается из одного вида в другой или переходит от одного тела к другому, причём полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остаётся постоянной.

Проще говоря, при отсутствии диссипативных сил (например, сил трения) механическая энергия не возникает из ничего и не может исчезнуть в никуда.

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

Следует отметить, что в задачах на упругое столкновение тел, мы на уроках забываем, как правило, пояснять учащимся о потенциальной энергии деформированного тела. При упругом столкновении время взаимодействия очень маленькое, значит по формуле $\vec{F} \times \Delta t = \Delta\vec{p}$, части тела заметно не изменят свою скорость и поэтому деформация будет незначительной, т.е. ей можно пренебречь. Поэтому следует отмечать: «так как время взаимодействия очень маленькое, изменением потенциальной энергии

($E_p = \frac{kx^2}{2}$) можно пренебречь».

Задача №2. Два тела массами 10 кг и 15 кг движутся со скоростями 4 м/с и 2 м/с соответственно. Найти скорости тел после абсолютно упругого центрального удара.

Дано:

m_1=10кг

m_2=15кг

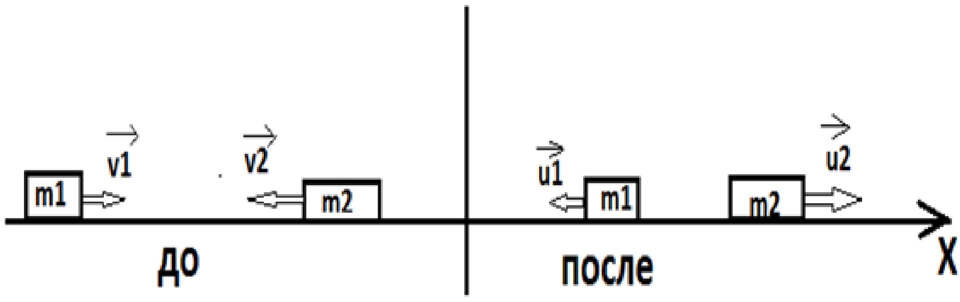
v_1=4м/с

v_2=2м/с

u_1-?

u_2-?

Решение



По закону сохранения импульса в проекции на ось OX получим:

$m_1v_1 - m_2v_2 = m_2u_2 - m_1u_1$ (1)

По закону сохранения энергии

$$\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}=\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2u_1^2}{2} \quad (2)$$

Решим систему уравнений (1) и (2). Из уравнения (1) получим $10=15u_2-10u_1$ (*) или

$u_1=1{,}5u_2-1$, следовательно $u_1^2=2{,}25u_2^2-3u_2+1$ (3)

Подставляя (3) в (2) и приведя подобные получим квадратное уравнение:

$$u_2^2-0{,}8u_2-5{,}6=0$$

$D=0{,}64+22{,}4=23{,}04=4{,}8^2$. Следовательно

u_{21}=-2м/с – не имеет физического смысла, так как получается, что второе тело продолжает двигаться в прежнем направлении с той же скоростью.

$u_{22}=u_2$=2,8м/с. Из (*) следует u_1=3,2м/с.

Ответ: u_1=3,2м/с; u_2=2,8м/с

Обоснование**: Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Из условия следует, что тела движутся поступательно, значит, к ним можно применить модель материальной точки.**

Сопротивлением воздуха и трением пренебречь. Время взаимодействия тел очень маленькое, следовательно, исходя из формулы $\vec{F}\times\Delta t=\Delta\vec{p}$

изменением импульса под действием внешних сил можно пренебречь, следовательно, можно применять закон сохранения импульса.

Сопротивлением воздуха и трением пренебречь. Так как время взаимодействия очень маленькое, изменением потенциальной энергии ($E_p = \frac{kx^2}{2}$) можно пренебречь. При взаимодействии на тела действуют только консервативные силы, следовательно, можно применить закон сохранения полной механической энергии.

Применение формул кинематики равноускоренного движения.

Часто в задачах необходимо применять формулу для проекции перемещения из кинематики. В этом случае можно писать: «**При движении тела равнодействующая сил, действующих на тело, остаётся постоянной, следовательно, a=const, значит можно применять формулы кинематики равноускоренного движения**.»

Баллистика.

При баллистическом движении **сопротивлением воздуха можно пренебречь, на тело действует только сила тяжести, значит полное ускорение тела, a =g = const, следовательно, можно применять формулы кинематики равноускоренного движения**.

Применение формулы $a_ц = \frac{v^2}{R}$.

Данная формула вводится при изучении равномерного движения по окружности, поэтому обосновываем следующим образом: «**В малых окрестностях исследуемой точки скорость тела можно считать постоянной, следовательно, можно применять формулу центростремительного ускорения.**»

Статика.

Плечо силы - это кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы (т. е. длина общего перпендикуляра к двум этим прямым).

Момент силы относительно оси вращения - это произведение силы на плечо: $M = Fl$.

Чтобы учесть также направление вращения, вызываемого действием силы, моменту силы приписывают знак. Момент силы считается положительным, если сила стремится поворачивать тело против часовой стрелки, и отрицательным, если по часовой стрелке.

Условия равновесия.

Если тело имеет неподвижную ось вращения и если алгебраическая сумма моментов всех сил относительно этой оси обращается в нуль, то тело будет находиться в равновесии. Это так называемое правило моментов. Оказывается, что в этом случае обращается в нуль алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой другой оси, параллельной оси вращения.

В общем случае, когда твёрдое тело может совершать как поступательное, так и вращательное движение, мы имеем два условия равновесия.

1. Векторная сумма всех сил, приложенных к телу, равна нулю. (Для поступательного движения твердого тела)

2. Алгебраическая сумма моментов всех сил, приложенных к телу, относительно данной оси вращения или любой другой оси, параллельной данной, равна нулю. В этом случае момент силы, вращающей тело против часовой стрелки, берется со знаком «+»

При решении задач удобно использовать сформулированные выше условия равновесия в следующем виде.

1'. Сумма проекций всех сил, приложенных к телу, на произвольную ось ровна нулю.

2'. Суммарный момент сил, вращающих тело в одну сторону, равен суммарному моменту сил, вращающих тело в другую сторону.

Обоснования: **Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным). Движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений, поэтому условий равновесия твердого тела в ИСО два: одно для поступательного движения (геометрическая сумма внешних сил, действующих на тело равна нулю); другое – для вращательного движения (алгебраическая сумма моментов внешних сил, действующих на тело, относительно оси вращения равна нулю). Принимаем за ось вращения точку, через которую проходят линии действия сил, значения которых не даны, и их значение определять не требуется.** В последнем предложении указывать точку конкретно для задачи. Теперь рассмотрим несколько задач.

№1 Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны $v_{пл}$=15м/с и $v_{бр}$=5м/с Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом μ=0,17. На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на 30%?

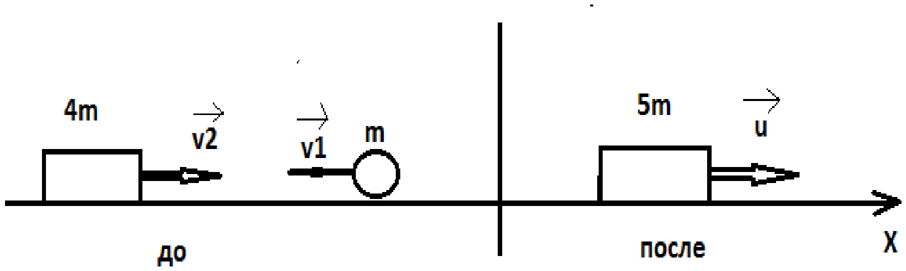
Какие законы Вы используете для описания взаимодействия пластилина и бруска и их дальнейшего движения? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано:

m_1=m
m_2=4m
v_1=15м/с
v_2=5м/с
μ=0,17
u_1=0,7u

s - ?

Решение:



По закону сохранения импульса в проекциях на ось ОХ получим:

$$4mv_2 - mv_1 = 5mu$$

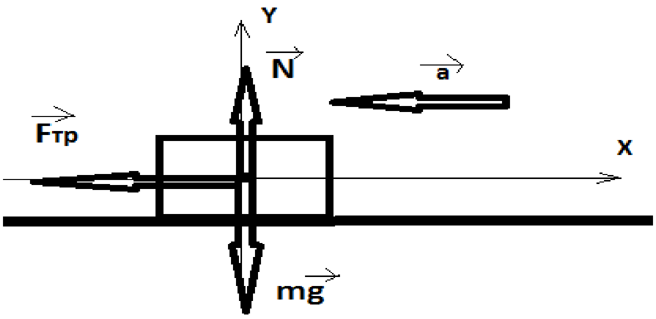
Тогда

$$u = \frac{4v_2 - v_1}{5}$$

$$u = \frac{4 \times 5 - 15}{5} = 1 \text{ м/с}$$

Следовательно, u_1=0,7 м/с. Расстояние найдем по формуле

$$s = \frac{u^2 - u_1^2}{2a}$$



Для нахождения ускорения воспользуемся вторым законом Ньютона. В проекциях на оси получим:

OX: $-F_{тр}=-ma$

OY: $N-mg=0$

Т. к. $F_{тр}=\mu N=\mu mg$, получим $a=\mu g$=0,17·10=1,7м/с^2. Тогда

$$s = \frac{1^2 - 0{,}7^2}{2 \times 1{,}7} = 0{,}15(\text{м})$$

Ответ: 0,15 м.

ОБОСНОВАНИЕ: **Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Из условия следует, что тела движутся поступательно, значит, к ним можно применить модель материальной точки. Скорости тел значительно меньше скорости света, значит, можно применять законы Ньютона.**

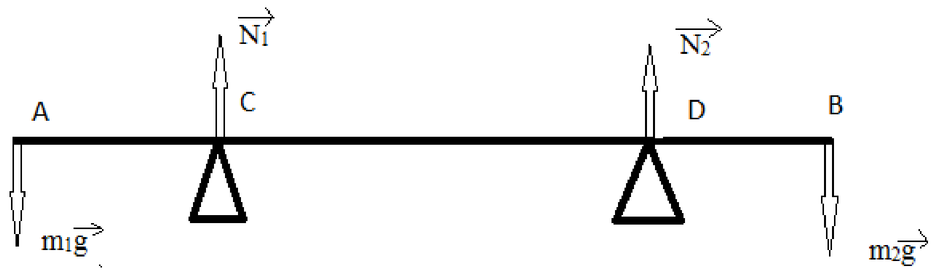
Сопротивлением воздуха и трением пренебречь. Во время столкновения на тела действуют внешние силы, проекции которых на выбранную ось OX равны 0. Значит, исходя из формулы ($F_x \times \Delta t = \Delta p_x$), изменение проекции импульса на данную ось равно 0, следовательно, можно применять закон сохранения импульса в проекциях на ось OX.

При дальнейшем совместном движении тел равнодействующая сил, действующих на тела, остаётся неизменной, следовательно, *a*=const,

значит можно применять формулы кинематики равноускоренного движения.

№2 Дан невесомый стержень, к концам которого подвешены шары массами m_1 и m_2 (см. рис.). Стержень опирается на две опоры в точках C и D. Длина стержня L равна 1 м, $m_2 = 0{,}3$ кг. Сила реакции опоры в точке D в два раза больше, чем в точке C. Также известно, что расстояния $CD = 0{,}6$ м, $AC = 0{,}2$ м. Найдите массу левого шарика m_1.

Какие законы Вы используете для описания равновесия тела? Обоснуйте их применение к данному случаю.

Дано:	Решение:
$m_2 = 0{,}3$ кг. CD =a= 0,6 м AC=b = 0,2 м	
m_1-?	

Направим ось OY вертикально вверх. Пусть $N_1=N$, тогда $N_2=2N$. По второму закону Ньютона в проекциях на OY:

$N_1+N_2=m_1g+m_2g$. Или $3N=g(m_1+m_2)$. Отсюда

$$m_1 = \frac{3N}{g} - m_2$$

Согласно правила моментов, относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку А:

$$N_1 \times AC + N_2 \times AD = m_2 g \times AB$$

$$N \times b + 2N \times (a+b) = m_2 gL$$

$$N(2a+3b) = m_2 gL$$

Тогда

$$N = \frac{m_2 gL}{2a + 3b}$$

Подставляя в (1) получим

$$m_1 = \frac{3m_2L}{(2a + 3b)} - m_2$$

Или

$$m_1 = \frac{3 \times 0{,}3 \times 1}{2 \times 0{,}6 + 3 \times 0{,}2} - 0{,}3 = 0{,}2(\text{кг})$$

Ответ: 0,2 кг

Обоснование: Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной.

Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным). Движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений, поэтому условий равновесия твердого тела в ИСО два: одно для поступательного движения второй закон Ньютона); другое – для вращательного движения (Правило моментов). Принимаем за ось вращения ось, проходящую через точку А, перпендикулярно плоскости рисунка.

§ 4. ТЕОРИЯ погрешностей

Теории измерений и погрешностей в школьном курсе физики, на мой взгляд, уделяется очень мало времени. Это приводит к тому, что в ВУЗе ребенок сталкивается с проблемами при выполнении лабораторных работ. Разберем немного и эту тему. Сразу оговорюсь – опять возникают сложности, связанные с программой по математике, а именно теории производной, которая изучается намного позже, чем требуется в физике. Поэтому разбираем с детьми задачи при помощи таблицы, а уже в 11 классе можно объяснить при помощи производной. В прошедшем учебном году задачи на погрешность встречались, например, в олимпиаде «Робофест». Вспомним некоторые понятия из 7 класса

Измерение — нахождение значения физической величины опытным путем с помощью средств измерений. Измерить физическую величину — значит сравнить ее с однородной величиной, принятой за единицу.

Если физическая величина измеряется непосредственно путем снятия данных со шкалы прибора, то такое измерение называют прямыми. Например, измерение длины бруска, ширины или высоты бруска.

Прямое измерение — определение значения физической величины непосредственно средствами измерения.

Косвенное измерение — определение значения физической величины по формуле, связывающей ее с другими физическими величинами, определяемыми прямыми измерениями.

Введем следующие обозначения:

A, B— физические величины.

$A_{пр}$ — приближенное значение физической величины, т.е. значение, полученное путем прямых или косвенных измерений.

ΔA — абсолютная погрешность измерения физической величины.

Тогда точное значение физической величины запишем в виде: $A = A_{пр} \pm \Delta A$

ε — относительная погрешность измерения физической величины, равная:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta A}{A_{пр}} \times 100\%}$$

Если в условии задачи специально не оговаривается, то абсолютная погрешность прямого измерения ровна половине цены деления измерительного прибора.

Цена делений шкалы измерительного прибора – важная физическая величина. Поэтому сформулируем правило для ее вычисления.

Чтобы подсчитать цену делений шкалы, нужно:

а) выбрать на шкале два ближайших штриха обозначенных цифрами;

б) сосчитать количество делений между ними (количество белых полей, а не штрихов!);

в) из большего значения вычесть меньшее и разделить на количество делений.

Приведу ниже таблицу для расчёта погрешностей косвенных измерений функции двух переменных:

Таблица 1

Вид функции y	**Абсолютная погрешность** Δy	**Относительная погрешность** $\frac{\Delta y}{y}$
$x_1 + x_2$	$\Delta x_1 + \Delta x_2$	$\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\lvert x_1 + x_2 \rvert}$
$x_1 - x_2$	$\Delta x_1 + \Delta x_2$	$\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\lvert x_1 - x_2 \rvert}$
Cx	$C\Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}$
$x_1 x_2$	$\lvert x_1 \rvert \Delta x_2 + \lvert x_2 \rvert \Delta x_1$	$\frac{\Delta x_1}{\lvert x_1 \rvert} + \frac{\Delta x_2}{\lvert x_2 \rvert}$
$\frac{x_1}{x_2}$	$\frac{\lvert x_1 \rvert \Delta x_2 + \lvert x_2 \rvert \Delta x_1}{x_2^2}$	$\frac{\Delta x_1}{\lvert x_1 \rvert} + \frac{\Delta x_2}{\lvert x_2 \rvert}$
x^n	$\lvert n \rvert \lvert x \rvert^{n-1} \Delta x$	$\lvert n \rvert \frac{\Delta x}{\lvert x \rvert}$
$\ln x$	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{x \lvert lnx \rvert}$
$\sin x$	$\lvert \cos x \rvert \Delta x$	$\frac{\Delta x}{\lvert tgx \rvert}$
$\cos x$	$\lvert \sin x \rvert \Delta x$	$\lvert \mathrm{tg} x \rvert \Delta x$
$\mathrm{tg} x$	$\frac{\Delta x}{cos^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\lvert \sin 2x \rvert}$

Рассмотрим несколько задач

Задача 1. Чтобы оценить, каков будет период малых колебаний математического маятника, используем для вычислений на калькуляторе формулу $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. По оценке «на глазок» длина нити равна (1,5$\pm$0,1) м. Калькулятор показывает на экране число 2,4322335. Чему равен, с учётом погрешности оценки длины нити, период колебаний маятника? (Ответ дайте в секундах, значение и погрешность запишите слитно без пробела.)

Решение: Для начала перепишем формулу в виде $T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{l}$, где С=$\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$ величина постоянная. Тогда пользуясь формулами абсолютных погрешностей для функций Сx и x^n получим (имея в виду, что Δl=0,1м):

$$\Delta T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \times \frac{1}{2} \times l^{-\frac{1}{2}} \times \Delta l = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \times \frac{\Delta l}{2l} = \mathrm{T} \times \frac{\Delta l}{2l}$$

Значит

$$\Delta \mathrm{T} = 2{,}4322335 \times \frac{0{,}1}{2 \times 1{,}5} = 0{,}08107445 \approx 0{,}08\ \mathrm{с}$$

Тогда ответ будет иметь вид: Т=(2,43$\pm$0,08) с.

В данной задаче произведено округление до первой значащей цифры в погрешности. Напомню, что это значит.

Значащей цифрой приближенного числа А называется всякая цифра в его десятичном представлении, отличная от нуля, и нуль, если он содержится между значащими цифрами или является представителем сохраненного десятичного разряда.

Пример. А = 0,002080. Здесь только первые три ноля не являются значащими. Следовательно, округление:

- до первой значащей цифры А=0,002
- до второй значащей цифры А=0,0021
- до третьей значащей цифры А=0,00208.

Разберём экспериментальное задание из ОГЭ

Задача 2. (Тип 17 № 893 ОГЭ)

Используя штатив с муфтой и лапкой, пружину, динамометр, линейку и 2 груза, соберите экспериментальную установку для определения жесткости пружины. Определите жесткость пружины, подвесив к ней два груза. Для определения веса грузов воспользуйтесь динамометром. Абсолютная погрешность измерения длины составляет ±1 мм. Абсолютная погрешность измерения силы составляет ±0,1 Н.

В ответе:

1) сделайте рисунок экспериментальной установки;

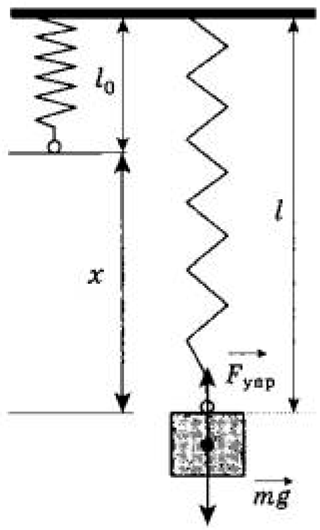
2) запишите формулу для расчета жесткости пружины;

3) укажите результаты измерения веса грузов и удлинения пружины с учётом абсолютных погрешностей измерений;

4) запишите численное значение жесткости пружины.

Решение

1. Схема экспериментальной установки:



2. **$F_{упр}$=mg=P ; $F_{упр}$=kx. Значит**

$$\boldsymbol{k = \frac{mg}{x}}$$

3. P = (2,0 ± 0,1) Н; x = (50 ± 1) мм = (0,050 ± 0,001) м

4.

$$\mathrm{k} = \frac{2{,}0}{0{,}05} = 40 \ \mathrm{Н/м}$$

Такое решение есть практически во всех источниках. Оно верное, если не учитывать погрешность вычисления жесткости, а вдруг попросят и её вычислить. Тогда получим:

$$\Delta k = \frac{P\Delta x + x\Delta P}{x^2}$$

$$\Delta k = \frac{2 \times 0{,}001 + 0{,}05 \times 0{,}1}{0{,}05^2} = 2{,}8\,\text{Н/м}$$

Таким образом, ответ имеет вид:

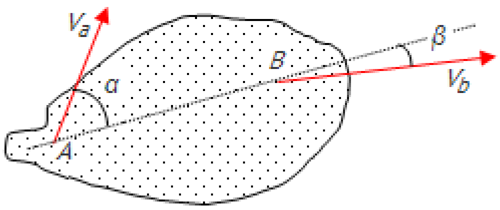
k = (40,0±2,8) Н/м

§ 5. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ связи.

Кинематические связи – уравнения, связывающие между собой кинематические характеристики (координата, скорость, ускорение) тел системы.

Коснёмся наиболее распространенных физических моделей и кинематических связей, появляющиеся при их использовании.

1. Модель *абсолютно твердого тела (АТТ).*



Абсолютно твердым телом называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого постоянно. Надо понимать, что указанное свойство присуще абсолютно твердому телу всегда, независимо от взаимодействия его с другими телами и от способа движения этого тела. Поэтому если мы рассмотрим две произвольные точки АТТ А и В, то в любой момент времени проекции скоростей этих точек v_{Ax} и v_{Bx} на ось OX, соединяющую А и В (см. рисунок), должны быть равны друг другу, иначе расстояние между точками будет меняться, что невозможно по определению АТТ. Таким образом, в данном случае уравнение кинематической связи связывает проекции скоростей:

$$\boxed{v_A \cos \alpha = v_B \cos \beta} \qquad (1)$$

В некоторых источниках можно встретить так называемый «закон палочки», который и выражается формулой (1)

Задача 1. Палочка движется по плоскости. *В* некоторый момент скорость одного конца палочки направлена вдоль палочки и равна 25 см/с, а скорость второго конца направлена под углом 60° к линии палочки. Чему равна в этот момент скорость (в см/с) второго конца?

Решение.

Палочка движется по плоскости. Скорость одного конца палочки имеет известное значение и направление. Хотя с направлением возможны варианты (их два). Изобразим палочку (вид сверху) и выберем направление вектора скорости одного конца палочки (вдоль палочки), пусть это будет точка *A* (рис. 1).

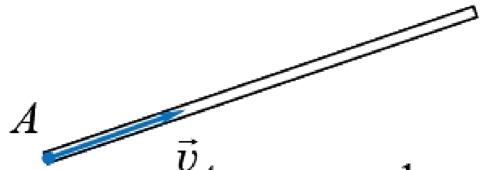


рис. 1

Теперь перейдем ко второму концу палочки. Известно, что вектор скорости второго конца палочки направлен под углом 60° к линии палочки. Будем рассуждать логически. Палочка твердое тело и при движении все точки палочки в направлении палочки должны иметь одинаковые скорости. В противном случае палочка будет деформироваться. Тогда направление вектора скорости второго конца предопределено (рис. 2).

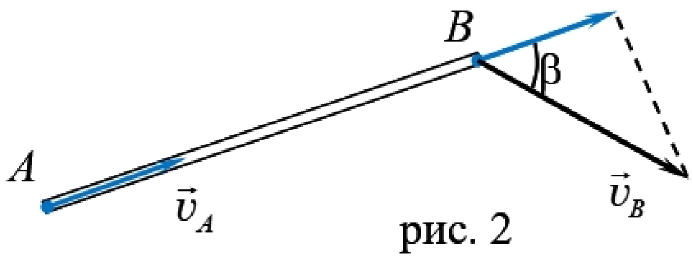


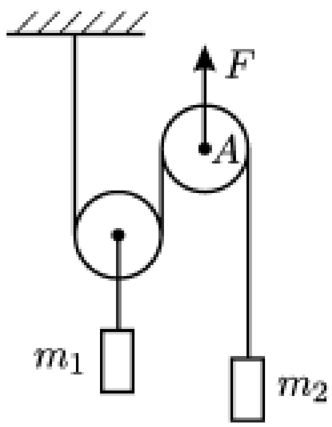
рис. 2

Тогда решение задачи очевидно $V_B\cos\beta=V_A$,
откуда

$$V_B = \frac{V_A}{\cos\beta} = \frac{0{,}25}{0{,}5} = 0{,}5(м/с)$$

Ответ 50 см/с.

2. Связи между ускорениями и скоростями тел, соединенных натянутыми нитями. Например, в задачах с системами блоков. Если нить натянута и нерастяжима, то сохраняется ее длина. Поэтому скорости и ускорения связанных этой нитью тел должны за любой промежуток времени своими модулями и направлениями обеспечивать постоянство длины нити. Самый надежный способ – записать длину нити через координаты ее концов и блоков, через которые она перекинута. Затем перейти от координат к изменениям и потом — к проекциям скоростей или ускорений. В простых случаях достаточно установить связь между «укорачиванием» и «удлинением» нити при небольшом смещении ее концов и блоков.



Задача 2. В системе, изображённой на рисунке, нить невесома и нерастяжима, блоки невесомы, трение отсутствует. Массы грузов равны m_1=1кг и m_2=2кг. Найдите ускорение оси блока А, к которой приложена в вертикальном направлении сила F=12Н. Ускорение свободного падения равно g=10м/с^2.

Какие законы Вы используете для описания движения брусков? Обоснуйте их применение.

Дано:

m_1=1кг

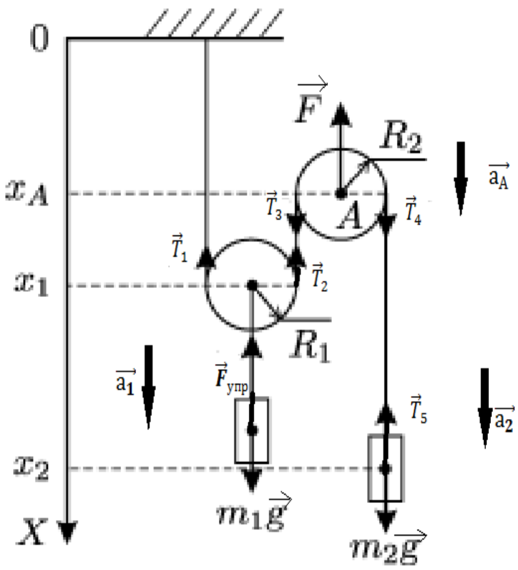
m_2=2кг

F=12Н

a_A-?

Решение

Обоснования:



Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной. Из условия следует, что тела движутся поступательно, значит, к ним можно применить модель материальной точки. Скорости тел значительно меньше скорости света, значит, можно применять законы Ньютона. Предположим, что тела движутся вниз.$T_1=T_2=T_3=T_4=T_5=T$ так как нить невесома. $F_{упр}=2T$ по третьему закону Ньютона. Составим выражение для длины нити:

$L=x_1+\pi R_1+(x_1-x_A)+\pi R_2+(x_2-x_A)$ или

$L-\pi R_1-\pi R_2=2x_1+x_2-2x_A$

Так как нить нерастяжима L=const, а радиусы блоков не меняются, то дифференцируя последнее выражение и учитывая, что проекции всех ускорений положительны, получим связь между ускорениями: *$2a_1+a_2=2a_A$*

Решение: По второму закону Ньютона в проекциях на ось ОХ получаем:

$$m_1a_1=m_1g-2T$$

$$m_2a_2=m_2g-T$$

F=2T следовательно,

$$a_{1=}\frac{m_1g-F}{m_1}=\frac{1\times 10-12}{1}=-2\text{ м/с}^2$$

Знак «-» говорит о том, что ускорение a_1 направлено противоположно.

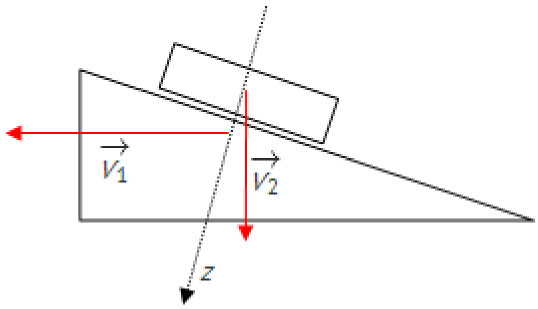
$$a_2=\frac{m_2g-0{,}5F}{m_2}=\frac{2\times 10-0{,}5\times 12}{2}=7\text{ м/с}^2$$

Тогда

$$a_A=\frac{2\times(-2)+7}{2}=1{,}5\text{ м/с}^2$$

Ответ: $1{,}5\text{ м/с}^2$

3. Связи при скольжении одного тела по поверхности другого без отрыва.

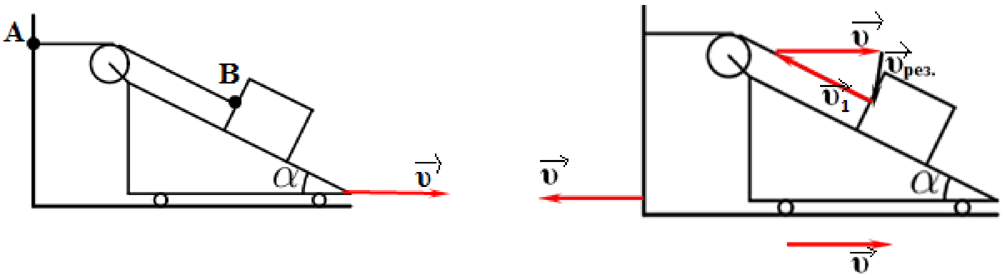


При таком движении должны быть равны проекции скоростей и ускорений тел на ось, перпендикулярную плоскости скольжения:

$$V_{1z}=V_{2z}$$

$$a_{1z}=a_{2z}$$

Задача 3. На неподвижном клине, образующем угол α с горизонтом, лежит груз, прикреплённый к стене, перекинутой через закреплённый на клине блок нерастяжимой нитью. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянной скоростью x. С какой скоростью движется груз, пока он находится на клине?



Предположим, что клин движется вправо со скоростью v. При этом надо понимать, что расстояние между точками А и В все время меняется, несмотря на то, что веревка нерастяжима. Меняется потому, что есть перегиб на блоке. Перейдем в систему отсчета, которая движется вправо со скоростью v. В этой системе клин неподвижен, а стенка уходит вправо со скоростью v. Тогда очевидно, что по неподвижному клину груз может двигаться только вдоль наклонной плоскости, то есть вдоль веревки со скоростью v_1=v. Скорость груза относительно земли, согласно классическому закону сложения скоростей равна: $\vec{v}_{рез} = \vec{v} + \vec{v}_1$

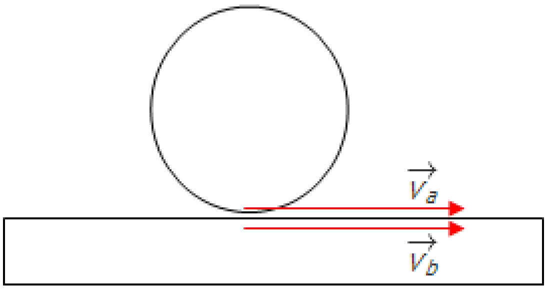
Определим результирующую скорость по теореме косинусов

$$v_{рез}^2 = v^2 + v^2 - 2v^2 cos\alpha$$

$$v_{рез} = \sqrt{v^2 + v^2 - 2vv\cos\alpha} = \sqrt{2v^2 - 2v^2\cos\alpha} = \sqrt{2v^2(1-\cos\alpha)}$$

$$1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \qquad v_{рез} = \sqrt{2v^2 2\sin^2\frac{\alpha}{2}} = 2v\sin\frac{\alpha}{2}$$

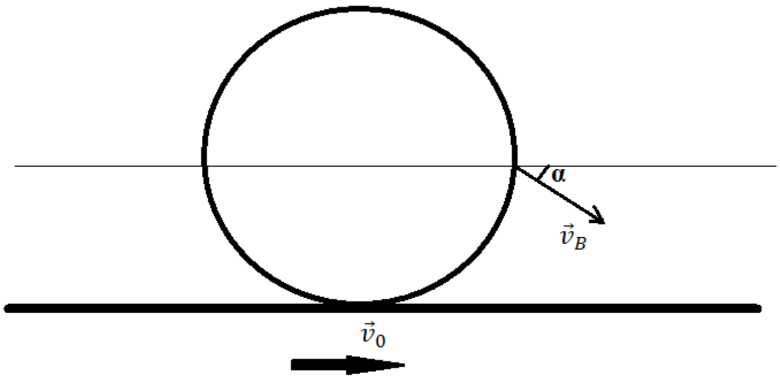
4. Связи при движении без проскальзывания.



В этой ситуации должно выполняться векторное равенство скоростей для точек контакта тел:

$$\boxed{\vec{V}_a = \vec{V}_b}$$

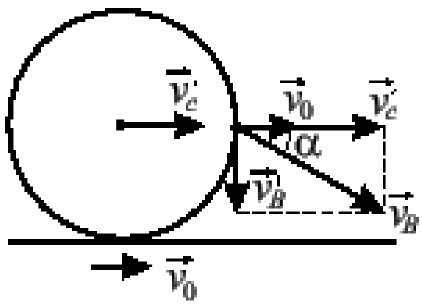
Задача 4. Колесо катится без проскальзывания по ленте транспортера, движущейся горизонтально со скоростью v_0 = 1 м/с, в направлении движения ленты. Известно, что относительно неподвижного наблюдателя скорость v_B точки В, находящейся на ободе колеса на его горизонтальном диаметре, составляет с горизонтом угол α = 30° Найти скорость v центра колеса относительно неподвижного наблюдателя. (ВМК МГУ)



Решение: По закону сложения скоростей скорость центра колеса относительно неподвижного наблюдателя (абсолютная скорость) равна

$$\vec{v} = \overrightarrow{v_0} + \overrightarrow{v'_C}$$

где $\overrightarrow{v'_C}$ — скорость центра колеса относительно ленты транспортера (см. рисунок).



Из условия отсутствия проскальзывания следует, что $\boldsymbol{v'_C = v'_B}$

Где $\boldsymbol{v'_B}$ - скорость точки В относительно центра колеса. Таким образом,

$$\boldsymbol{v = v_0 + v'_C}$$

$$\boldsymbol{v'_B = v - v_0}$$

Как видно из рисунка,

$$tg\alpha = \frac{v'_B}{v_0 - v'_C} = \frac{v - v_0}{v}$$

$$v = \frac{v_0}{1 - tg\alpha} = \frac{1}{1 - 0,577} \approx 2,36(\text{м/с})$$

Ответ: 2,36 м/с

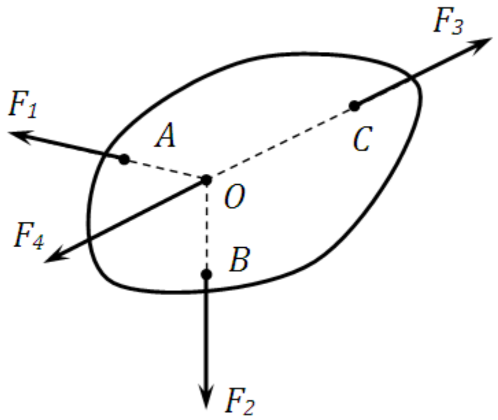
§ 6. Теорема о трёх силах.

Теорема о трёх силах — теорема статики, формулирующая необходимое условие равновесия абсолютно твёрдого тела под действием трёх непараллельных сил. Формулировка теоремы, следующая:

Если абсолютно твердое тело находится в равновесии под действием плоской системы трех непараллельных сил, то линии их действия пересекаются в одной точке.

Под тремя непараллельными силами в данном случае понимаются три силы, как минимум две из которых непараллельные.

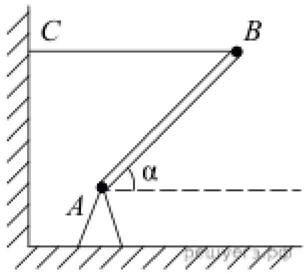
Теорема даёт только необходимое условие равновесия тела. Чтобы условие стало достаточным, к нему необходимо прибавить требование равенства нулю геометрической суммы всех трёх сил.



Доказательство: Пусть тело находится в равновесии под действием сил F_1, F_2 и F_3, точки приложения которых соответственно A, B и C (рис. 1). Предположим для определённости, что силы F_1 и F_2 непараллельные. Следовательно, линии их действия пересекаются в некоторой точке O. Перенесём обе силы вдоль линий их действия в точку O и найдём равнодействующую этих сил F_4. Указанные операции не изменят состояния равновесия тела, следовательно, тело теперь будет находиться в равновесии под действием двух сил: F_3 и F_4. Но тело находится в равновесии под действием двух сил только в том случае, если эти силы направлены по одной линии. Следовательно, линия действия силы F_3 также проходит через точку O.

Теорема доказана

Применение теоремы о трёх силах делает решение задач статики проще и нагляднее.



Задача 5. Тонкий однородный стержень AB шарнирно закреплён в точке A и удерживается горизонтальной нитью BC (см. рис.). Трение в шарнире пренебрежимо мало. Масса стержня $m = 1$ кг, угол его наклона к горизонту $\alpha = 45°$. Найдите модуль силы $\vec{F}$ действующей на стержень со стороны шарнира. Сделайте рисунок, на котором укажите все силы, действующие на стержень.

Какие законы Вы используете для описания равновесия стержня? Обоснуйте их применение к данному случаю.

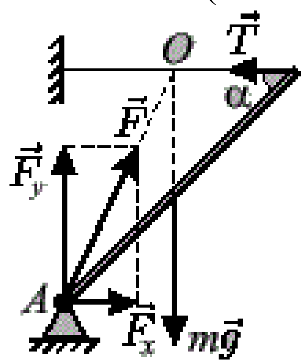
Дано:

$\alpha = 45°$

$m = 1$ кг

F-?

Решение (классический вариант)



Стержень находится в равновесии под действием сил, изображенных на рисунке, где $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{T}$ — сила натяжения нити, $\vec{F_x}$ и $\vec{F_y}$ — составляющие силы реакции шарнира вдоль горизонтальной и вертикальной осей, соответственно. Условия равновесия стержня имеют вид:

для сил:

$$F_x = T$$

$$F_y = mg$$

для моментов сил относительно точки A: $mg\frac{l}{2}cos\alpha = Tlsin\alpha$

где l — длина стержня. Учитывая, что $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

получаем $F = mg\sqrt{1 + \frac{ctg^2\alpha}{4}} = 1 \times 10\sqrt{1 + \frac{1}{4}} \approx 11(H)$

Ответ 11 Н.

Обоснование: Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать её инерциальной.

Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным). Движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений, поэтому условий равновесия твердого тела в ИСО два: одно для поступательного движения (второй закон Ньютона); другое – для вращательного движения (правило моментов). Принимаем за ось вращения ось, проходящую через точку А, перпендикулярно плоскости рисунка.

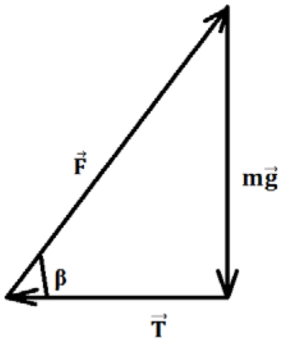
Теперь приведем решение, используя теорему о трёх силах:

Решение. На стержень действуют три силы: сила натяжения нити $\vec{T}$, приложенная к точке крепления нити, сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная к центру масс стержня, и сила реакции шарнира $\vec{F}$, приложенная к шарниру. По теореме о трёх силах линии действия этих сил пересекаются в одной точке. Условие равенства нулю суммы действующих на стержень сил изобразим графически в виде треугольника сил. Поскольку линия действия силы тяжести проходит через центр масс стержня вертикально, то

$$\text{tg}\,\beta = 2 * \text{tg}\alpha = 2,$$

следовательно, $\beta \approx 63{,}4^\circ$.

Зная величину угла, который сила реакции составляет с горизонталью, можно рассчитать модуль силы реакции:



$$F = \frac{mg}{Sin\beta} = \frac{\sqrt{5}}{2}mg = \frac{\sqrt{5}}{2} \times 1 \times 10 \approx 11(H)$$

МКТ И ТЕРМОДИНАМИКА

§7. Теплоемкости газов

Для школьного курса физики (как впрочем и для ЕГЭ), возможно, данная тема и не нужна, но при решении олимпиадных заданий часто встречаются понятия теплоемкостей. Рассмотрим некоторые понятия (давайте применительно к газам):

Теплоемкость газа – физическая величина, равная энергии, которую нужно сообщить газу (или отвести от газа), чтобы изменить его температуру на 1К.

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta T}}$$

Единицы измерения - $1\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

Теплоемкость характеризует газ (или тело) в целом, т.е. это величина характеризующая данную массу газа.

Удельная теплоемкость газа – физическая величина, равная энергии, которую нужно сообщить газу (или отвести от газа) массой 1кг, чтобы изменить его температуру на 1К.

$$\boxed{\mathrm{c} = \frac{Q}{m\Delta T}}$$

Единицы измерения - $1\frac{\text{Дж}}{\text{кг}*\text{К}}$

Молярная теплоемкость газа – физическая величина, равная энергии, которую нужно сообщить газу (или отвести от газа) в количестве 1моль , чтобы изменить его температуру на 1К.

$$\boxed{\mathrm{c}_\nu = \frac{Q}{\nu\Delta T}}$$

Единицы измерения - $1\frac{\text{Дж}}{\text{моль}*\text{К}}$

Исходя из определений молярной и удельной теплоемкостей имеем:

$$Q = cm\Delta T$$

$$Q = c_\nu \nu\Delta T$$

Приравнивая правые части получим после сокращений:

$$cm = c_\nu \nu$$

Так как $\nu = \frac{m}{M}$ получаем

$$\boxed{c = \frac{c_\nu}{M}}$$

Последняя формула и выражает связь между удельной и молярной теплоемкостями.

В отличии от твердых тел и жидкостей, у газов следует различать, например, удельную теплоемкость при постоянном объёме c_V и при постоянном давлении c_P. Получим выражения для каждой из этих величин. Для этого воспользуемся следующими формулами

$Q = \Delta U + A$ – первый закон термодинамики,

$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$ – внутренняя энергия газа (i – число степеней свободы молекулы),

$A = p\Delta V$ – работа газа.

Рассмотрим каждый процесс подробнее.

1. Изохорический процесс. В данном процессе ΔV=0, следовательно, A=0, значит

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$$

С другой стороны $Q = c_V m\Delta T$. Приравнивая последние уравнения, после сокращения, получим выражение для удельной теплоемкости газа при постоянном объёме:

$$\boxed{c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}}$$

2. Изобарический процесс. В данном процессе Δp=0, следовательно

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T + p\Delta V = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T + \frac{m}{M}R\Delta T = \frac{i+2}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$$

С другой стороны

$$Q = c_P m\Delta T.$$

Приравнивая последние уравнения, после сокращения, получим выражение для удельной теплоемкости газа при постоянном давлении:

$$\boxed{c_P = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}}$$

Получив выражения для удельных теплоемкостей, запишем и формулу Майера для показателя адиабаты в уравнении Пуассона:

$$\boxed{\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i+2}{i}}$$

§ 8. Термодинамические циклы

Среди возможных термодинамических процессов, изучаемых в школьном курсе физики, особое место занимают процессы, соответствующие замкнутым кривым (рис.1). В этих процессах система проходит через ряд термодинамических состояний и возвращается в исходное. Такие процессы называют **циклами**.

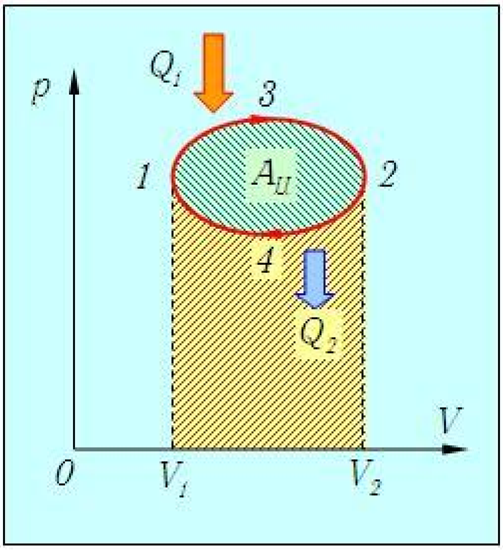


Рис. 1. Пример условного замкнутого цикла (направление процесса показано стрелками).

Следует отметить некоторую особенность работы. Площадь под верхней кривой равна работе, совершаемой системой, а площадь под нижней кривой — работе внешних сил над системой (показана коричневой штриховкой). Разность площадей (показана зеленой штриховкой) равна полной работе, совершенной системой за цикл. В этом и состоит геометрический смысл работы, но следует помнить, что это верно только в осях pV.

Рассмотрим подробнее процесс на рис. 1. При расширении газа по «пути» 1-3-2 от минимального (V_1) до максимального (V_2) объема система совершает положительную работу A_{132}, численно равную площади под верхней кривой. При возвращении системы в исходное состояние по другому пути 2-4-1 работа A_{241} совершается над системой. Работа системы отрицательна и по абсолютной величине равна площади под нижней кривой. Алгебраическая сумма этих работ $A_ц = A_{132} + A_{241} = A_1 - |A_2|$

есть полная работа, совершенная системой за цикл. Её численная величина равна разности упомянутых площадей, то есть площади, заключенной между верхней и нижней кривыми. Иными словами, полная работа за цикл равна площади, ограниченной данным циклом на диаграмме (p, V), если процесс совершается по часовой стрелке; в противном случае полная работа отрицательна, но ее модуль также равен этой площади.

В ходе осуществления цикла система взаимодействовала с внешней средой, получала и отдавала теплоту. Если обозначить через Q_1 количество теплоты, полученное системой, то **коэффициент полезного действия η естественно** определить, как отношение

$$\eta = \frac{A_Ц}{Q_1}, \qquad (1)$$

где $A_Ц$ — работа за цикл.

КПД часто выражают также в процентах, для чего величину η надо умножить на 100%. Если обозначить через $Q_2 > 0$ количество теплоты, возвращенное системой во внешнюю среду, то разность $Q_1 – Q_2$ равна совершенной работе $A_Ц$. Это следует из первого начала термодинамики и из того факта, что при возвращении системы в исходное состояние ее внутренняя энергия также принимает исходное значение, то есть $\Delta U_{11} = 0$

Тогда КПД тепловой машины записывается в виде

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \qquad (2)$$

Отсюда видно, что КПД тепловой машины не может быть больше единицы. Это утверждение можно сформулировать как **невозможность вечного двигателя первого рода**:

Невозможно соорудить периодически действующую тепловую машину, которая совершала бы полезную работу в количестве, превышающем получаемую извне энергию.

Существование такого двигателя противоречило бы закону сохранения энергии. Поскольку ни количество теплоты, ни совершенная системой работа не являются функциями состояния, КПД зависит от данного конкретного цикла, по которому работает тепловая машина.

Мы рассмотрели процесс, соответствующий работе именно **тепловой машины**. Если повернуть процесс вспять (пустить его против часовой стрелки на рис. 1), то мы получим модель **холодильной установки**. Все стрелки на этом рисунке меняют направления на обратные, система получает от холодильника количество теплоты Q_2, и за счет работы внешней силы (электромотора) передает нагревателю большее количество теплоты Q_1. Закон сохранения энергии (первое начало термодинамики) требует выполнения равенства

$$Q_2 + A_Ц = Q_1$$

Эффективность холодильной установки можно определить аналогично КПД тепловой машины. Надо только учесть, что полезным теперь является количество отнимаемого тепла Q_2, для чего мы совершаем работу $A_Ц$. Поэтому в литературе часто определяют **холодильный коэффициент** η' как отношение отнимаемой теплоты к совершаемой при этом работе:

$$\eta' = \frac{Q_2}{A_Ц} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \qquad (3)$$

Заметим, что холодильный коэффициент может быть больше единицы. Если мы хотим пользоваться привычным коэффициентом полезного действия, то для холодильной установки естественно определить его как отношение отнятого тепла к переданному во внешнюю среду:

$$\eta_{хол} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_2 + A_Ц} \qquad (4)$$

Такое определение соответствует традиционным взглядам на КПД установок. Действительно, в холодильнике со 100 %-й эффективностью (если бы он был возможен) все количество отнятой теплоты передавалось бы без совершения работы во внешнюю среду. Тогда мы имели бы $Q_2 = Q_1$ и $\eta_{хол} = 1$. Наоборот, когда мы совершаем какую-то работу, но не отнимаем никакой теплоты, то $Q_2 = 0$ и $\eta_{хол} = 0$.

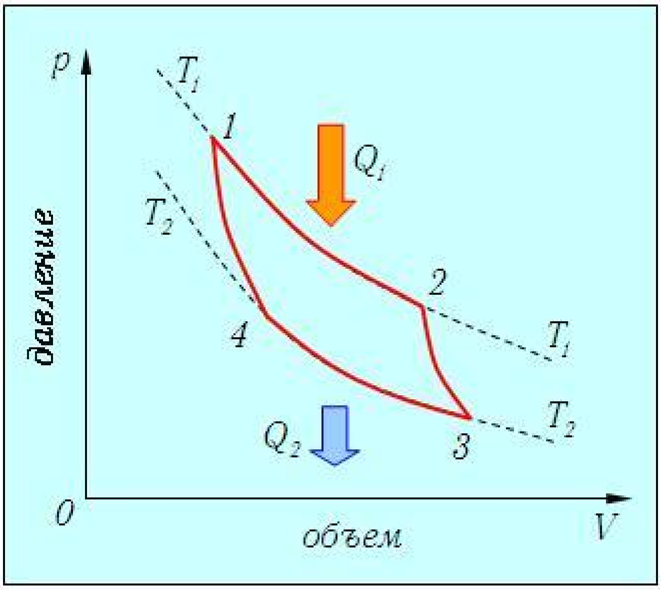
Цикл Карно

Для работы любой тепловой машины по замкнутому циклу необходима внешняя среда, которую условно можно представить себе как два тела — **нагреватель**, находящийся при температуре T_{max}, и **холодильник**, находящийся при температуре T_{min} ($T_{min} < T_{max}$). Предполагается, что при контакте с нашей системой температуры нагревателя и холодильника не меняются. При контакте с нагревателем система получает тепло, при контакте с холодильником - отдает его.

В термодинамике существует **теорема Карно**:

> При заданных температурах нагревателя и холодильника максимально возможный КПД тепловой машины не зависит от природы рабочего тела машины и определяется формулой
>
> $$\eta_C = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} \qquad (5)$$

Рассмотрим круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Он и называется циклом Карно (рис. 1.).



Изотерма *1-2*. На этом участке газ находится в контакте с нагревателем и происходит изотермическое расширение от объема V_1 до объема V_2. Температура T_1 не меняется, следовательно, не изменяется внутренняя энергия, а вся полученная теплота расходуется на совершение газом работы:

Q_1=Q_{12}=A_{12}

Величину работы газа при изотермическом процессе можно вычислить по формуле

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Тогда

$$Q_1 = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (1)$$

Адиабата *2-3*. Здесь система отсоединяется от нагревателя и не обменивается теплом с внешней средой: $Q_{23} = 0$. Газ продолжает расширяться, но уже адиабатно. Работа совершается за счет внутренней энергии газа, и его температура падает до значения T_2. На этом участке цикла нам нужна информация, доставляемая **уравнением адиабаты**:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \qquad (2)$$

Изотерма *3-4*. Система подключается к холодильнику, и газ начинает сжиматься. Внутренняя энергия остается неизменной, над газом совершается работа ($A_{34} < 0$), а выделяющееся тепло

$$Q_2 = |Q_{34}| = -A_{34}$$

передается холодильнику. Имеем аналогично (1)

$$Q_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4} \qquad (3)$$

Адиабата *4-1*. Система отключена от внешней среды и продолжает сжиматься изотермически, что приводит к повышению ее температуры до T_1. В конечном итоге система возвращается в первоначальное состояние. Поскольку точки *4* и *1* лежат на адиабате, получаем связь объемов и температур, аналогичную (5.7):

$$T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \qquad (4)$$

Из уравнений (2) и (4) находим отношения объемов

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}$$

откуда следует, что

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1}$$

Или (по правилу пропорции)

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \qquad (5)$$

Поэтому отдаваемую холодильнику теплоту Q_2 (см. уравнение (3)) можно записать как

$$Q_2 = \frac{m}{M} R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (5)$$

Используя выражения (1) и (5) для теплоты, находим совершенную в ходе цикла работу

$$A_ц = Q_1 - Q_2 = \frac{m}{M} R (T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (6)$$

Из проведенного анализа следует также, что максимальная температура в цикле равна $T_{max} = T_1$, а минимальная — $T_{min} = T_2$. Если разделить (5) на (6), то немедленно получим выражение для КПД цикла Карно, из которого выпадают все параметры, кроме температур холодильника и нагревателя.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Задача. Идеальная тепловая машина с КПД η работает по обратному циклу (рис. 13.15). Какое максимальное количество теплоты можно забрать от холодильника, совершив механическую работу А?

Сразу отметим что в условии дан КПД тепловой машины, поэтому не стоит обращать внимание на слово холодильник.

Р е ш е н и е. Поскольку холодильная машина работает по обратному циклу, то для перехода тепла от менее нагретого тела к более нагретому необходимо, чтобы внешние силы совершили положительную работу. Принципиальная схема холодильной машины: от холодильника отбирается количество теплоты Q_2, внешними силами совершается работа и нагревателю передаётся количество теплоты Q_1. Следовательно,

$$\eta = \frac{A_{ц}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Следовательно

$$Q_2 = Q_1(1 - \eta),$$

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}.$$

Окончательно

$$Q_2 = \frac{A}{\eta}(1 - \eta)$$

Задача. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $t_2 = 0°C$ кипятильнику с водой при температуре $t_1 = 100$ °C. Какую массу m_2 воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар массу $m_1 = 1$ кг воды в кипятильнике?

Решение: Коэффициент холодильной машины:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273}{373 - 273} = 2{,}73$$

Энергия, отданная холодильнику: $Q_2 = \lambda m_2$

Энергия, переданная кипятильнику: $Q_1 = Lm_1$

Иначе

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

Или $\eta Q_1 - \eta Q_2 = Q_2$, следовательно,

$$Q_2 = \frac{\eta Q_1}{1+\eta}$$

Значит

$$m_2 = \frac{\eta L m_1}{\lambda(1+\eta)} = \frac{2{,}73 \times 2300000 \times 1}{330000 \times 3{,}73} \approx 5{,}1\text{кг}$$

§ 9. Влажность

Задача №1 (ДВИ МГУ 2018)

Определить массу воды m, которую теряет человек за τ=1 ч в процессе дыхания, исходя из следующих данных. Относительная влажность вдыхаемого воздуха $\varphi_1 = 60\%$, относительная влажность выдыхаемого воздуха $\varphi_2 = 100\%$. Человек делает в среднем n=15 вдохов в минуту, вдыхая каждый раз V =2,5 л воздуха. Температуру вдыхаемого и выдыхаемого воздуха принять $t = 36^\circ C$; давление насыщенного водяного пара при этой температуре $p_H = 59$ кПа. Молярная масса воды M =18 г/моль, универсальная газовая постоянная R=8,3 Дж/(моль·К).

Дано:

τ=3600c

n=15

t=60c.

$V = 2{,}5\cdot10^{-3}$м^3

$\varphi_1 = 0{,}6$

$\varphi_2 = 1$

T=309K.

$p_H = 59\cdot10^3$Па

$M = 18\cdot10^{-3}$ кг/моль

m - ?

Решение:

$\varphi_1 p_н, V,$

T, m_1

вдыхаемая порция

$\varphi_2 p_н, V,$

T, m_2

выдыхаемая порция

Изобразим на рисунке обе порции воздуха (вдыхаемую и выдыхаемую), указав основные термодинамические параметры. Из уравнения Менделеева-Клапейрона следует: $m = \frac{pVM}{RT}$

Тогда за один вдох потеряется масса:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{\varphi_2 p_н VM}{RT} - \frac{\varphi_1 p_н VM}{RT} = \frac{p_н VM}{RT}(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Число вдохов: $N = \frac{\tau n}{t}$

Значит искомая масса: $m = N \times \Delta m = \frac{p_н VM\tau n}{RTt}(\varphi_2 - \varphi_1)$

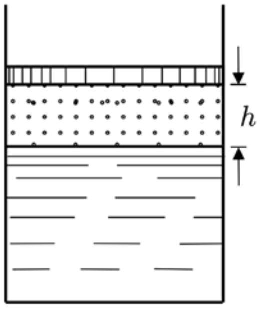
$$m = \frac{59 \times 10^3 \times 2{,}5 \times 10^{-3} \times 18 \times 10^{-3} 3600 \times 15}{8{,}31 \times 309 \times 60} \times (1 - 0{,}6)$$

$$m \approx 37 \times 10^{-3} (\text{кг})$$

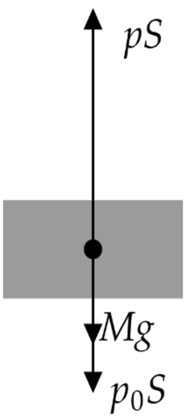
Ответ: 37 г.

Задача №2. (Сборник задач "Отличник ЕГЭ")

В вертикальном цилиндре, наполовину заполненном водой, под подвижным поршнем заключен воздух. Поршень находится в равновесии, когда давление внутри цилиндра равно утроенному атмосферному давлению. При температуре $t_1 = 6^\circ C$ расстояние между поршнем и поверхностью воды $h = 10$ см. На каком расстоянии H от поверхности воды окажется поршень, если цилиндр нагреть до температуры $t_2 = 100^\circ C$? Атмосферное давление считать нормальным. Давлением водяных паров при температуре ($t_1 = 6^\circ C$ и изменением объема воды за счет се испарения и теплового расширения пренебречь.



Решение: Расставим силы, действующие на поршень в процессе движения



Здесь p – давление влажного воздуха, M – масса поршня.

Запишем второй закон Ньютона:

$$\vec{F} + M\vec{g} + \vec{F}_0 = M\vec{a}$$

где $F = pS$ – сила, с которой газ давит на поршень давления газа, $F_0 = p_0S$ – сила давления атмосферы, a – ускорение поршня.

В состоянии покоя $a = 0$. Спроецируем второй закон Ньютона в вертикальную ось:

$$pS - Mg - p_0 S = 0$$

Отсюда

$$p = p_0 + \frac{Mg}{S}$$

Так как по условию $p = 3p_0$, получим

$$\frac{Mg}{S} = 2p_0$$

По условию давлением насыщенных паров при температуре $t_1 = 6^\circ C$ пренебрежимо мало, поэтому давление сухого воздуха $p_1 = 3p_0$. При температуре $t_2 = 100^\circ C$ давление насыщенных паров становится равным атмосферному p_0. Следовательно, давление сухого воздуха при этой температуре

$$p_2 = 3p_0 - p_0 = 2p_0$$

Таким образом для сухого воздуха имеем:

Состояние 1: $p_1 = 3p_0;\ V_1 = Sh;\ T_1 = 279\ K$

Состояние 2: $p_2 = 2p_0;\ V_1 = SH;\ T_1 = 373\ K$

Применяя уравнение Клапейрона получаем

$$\frac{3p_0 Sh}{T_1} = \frac{2p_0 SH}{T_2}$$

Отсюда

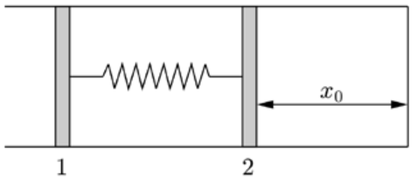
$$H = \frac{3p_0 ShT_2}{2p_0 ST_1} = \frac{3hT_2}{2T_1}$$

$$H = \frac{3 \times 0{,}1 \times 373}{2 \times 279} \approx 0{,}2(\text{м})$$

Ответ: 20 см.

Задача 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11).

В гладкой горизонтальной трубе, закрытой с одного конца, находятся два вертикальных поршня (см. рисунок). Поршень 1 можно передвигать по трубе, фиксируя в разных положениях. Поршень 2 свободно скользит в трубе. Объём между поршнями вакуумирован, и между ними вставлена невесомая пружина. Между поршнем 2 и закрытым торцом трубы находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 40\%$. Первоначально поршень 1 находится от торца трубы на расстоянии, равном длине недеформированной пружины, а поршень 2 – на расстоянии $x_0 = 5$ см. Температура системы поддерживается постоянной. Известно, что при заполнении объёма между поршнем 2 и торцом трубы только насыщенным водяным паром при этой же температуре поршень 2 (при том же положении поршня 1) располагался на расстоянии $x_0/2$ от торца. На какое расстояние надо сдвинуть поршень 1, чтобы расстояние между поршнем 2 и торцом трубы уменьшилось в $n = 4$ раза? Ответ приведите в см, округлив до десятых



Решение*:*

Пусть L_0 – длина недеформированной пружины, p_0 – давление насыщенных паров, $p_в$ – давление воздуха.

Для первого состояния $kx_0 = (\varphi p_0 + p_в)S$, для второго состояния $p_0 S = \frac{kx_0}{2}$, откуда $p_в = 1{,}6p_0$.

В конце давление водяных паров будет равно давлению насыщенных паров p_0, а давление воздуха $4p_в$, откуда

$$(p_0 + p_в)S = k(\frac{x_0}{4} + \Delta x) \Rightarrow \frac{74x_0}{20} - \frac{x_0}{4} = \Delta x$$

Тогда $y = \frac{69}{20}x_0 \approx 17,3$ см

Задача №7. (*ДВИ МГУ 2018)*

В цилиндре под поршнем при температуре $20^\circ C$ находятся воздух, водяные пары и вода. Число молей воздуха равно числу молей пара, а масса воды в три раза больше массы пара. Объём смеси медленно увеличивают при постоянной температуре до тех пор, пока относительная влажность воздуха не уменьшится до 50%. Определите конечное давление влажного воздуха p, если давление насыщенного пара при $20^\circ C$ равен $p_{нас} = 2{,}33$ кПа

Решение*:*

Поскольку в начальном состоянии пар в цилиндре является насыщенным, и число молей воздуха равно числу молей пара, то парциальное давление сухого воздуха в этом состоянии равно $p_{0\text{возд}} = p_{0\text{пара}} = p_{\text{нас}}$. Пусть масса пара равна *m,* тогда масса вода *3m.* Пар массой *m* занимает объём *V.* В сосуде общее количество воды (в любом состоянии) *4m,* следовательно, при медленном расширении смеси в 4 раза вся вода испарится, а пар останется насыщенным, т.е. относительная влажность воздуха сохранится равной 100%. Для того чтобы относительная влажность воздуха уменьшилась до 50%, нужно увеличить объем смеси еще в два раза. Таким образом, конечный объем смеси равен восьми начальным объемам. Следовательно, конечное давление сухого воздуха уменьшится в 8 раз, а давление пара уменьшится в 2 раза по сравнению с начальными значениями.

Искомое конечное давление влажного воздуха

$$p_1 = p_{1\text{сух}} + p_{1\text{пара}} = \frac{p_{\text{нас}}}{8} + \frac{p_{\text{нас}}}{2} = \frac{5p_{\text{нас}}}{8} = \frac{5 \times 2{,}33 \times 10^3}{8} \approx 1{,}46 \times 10^3 (\text{Па})$$

Ответ: 1,46 кПа

Задача №10. *(Ломоносов 2013)*

В сосуде находился влажный воздух. При изотермическом сжатии его объем уменьшился в 5 раз, а давление увеличилось в 3 раза. При дальнейшем изотермическом сжатии в 3 раза давление в итоге стало в 7 раз больше первоначального. Какую относительную влажность φ имел воздух до начала сжатия?

Решение: в начальном состоянии давление в сосуде (по закону Дальтона):

$$p_0 = p_{0\text{сух}} + \varphi p_{\text{нас}}$$

При первом сжатии в 5 раз давление смеси сухого воздуха и водяного пара в сосуде возросло в 3 раза, поэтому пар стал насыщенным и частично сконденсировался. Значит давление сухого воздуха возросло в 5 раз, а давление пара стало равно давлению насыщенного пара:

$$p_1 = 5p_{0\text{сух}} + p_{\text{нас}} \qquad (1)$$

С другой стороны (т.к. давление возросло в 3 раза)

$$p_1 = 3p_0 = 3p_{0\text{сух}} + 3\varphi p_{\text{нас}} \qquad (2)$$

Приравнивая выражения (1) и (2) и приводя подобные, получим:

$$5p_{0\text{сух}} + p_{\text{нас}} = 3p_{0\text{сух}} + 3\varphi p_{\text{нас}}$$

$$5p_{0\text{сух}} - 3p_{0\text{сух}} = 3\varphi p_{\text{нас}} - p_{\text{нас}}$$

$$2p_{0\text{сух}} = 3\varphi p_{\text{нас}} - p_{\text{нас}} \qquad (3)$$

При дальнейшем сжатии давление пара $p_{\text{н}}$ уже не менялось. Пренебрежем объемом сконденсировавшейся воды. Парциальное давление сухого воздуха при первом сжатии возросло в 5 раз, а при втором – еще в 3 раза. В итоге возросло в 15 раз. Значит:

$$p_2 = 15p_{0\text{сух}} + p_{\text{нас}} \qquad (4)$$

А с другой стороны в 7 раз больше первоначального:

$$p_2 = 7p_0 = 7p_{0\text{сух}} + 7\varphi p_{\text{нас}} \qquad (5)$$

Аналогично из (4) и (5), следует:

$$8p_{0\text{сух}} = 7\varphi p_{\text{нас}} - p_{\text{нас}} \qquad (6)$$

Умножим уравнение (3) на 4 и приравняем правые части:

$$12\varphi p_{\text{нас}} - 4p_{\text{нас}} = 7\varphi p_{\text{нас}} - p_{\text{нас}}$$

$$5\varphi p_{\text{нас}} = 3p_{\text{нас}}$$

$$\varphi = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

Ответ: 60%

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

§ 10. Теорема Остроградского-Гаусса.

Вспомним для начала некоторые понятия:

1. Линейная плотность заряда. Используется для описания распределения заряда по нити:

$$\boxed{\tau = \frac{q}{L}}$$

где: L – длина нити. Измеряется в Кл/м.

2. Поверхностная плотность заряда. Используется для описания распределения заряда по поверхности тела:

$$\boxed{\sigma = \frac{q}{S}}$$

где: S – площадь поверхности тела. Измеряется в Кл/м2.

3. Объемная плотность заряда. Используется для описания распределения заряда по объему тела:

$$\boxed{\rho = \frac{q}{V}}$$

где: V – объем тела. Измеряется в Кл/м3.

Для понимания теоремы Остроградского-Гаусса (далее будем просто говорить теорема Гаусса) введем новую физическую величину, характеризующую электрическое поле – **поток Ф вектора напряженности электрического поля** (обратите внимание в 11 классе аналогично вводится поток вектора магнитной индукции). Пусть в пространстве, где создано электрическое поле, расположена некоторая достаточно малая площадка ΔS. Произведение модуля вектора $\vec{E}$ на площадь ΔS и на косинус угла α между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к площадке называется элементарным потоком вектора напряженности через площадку ΔS (рис. 1.3.1):

$$\Delta\Phi = E\,\Delta S\cos\alpha = E_n\,\Delta S,$$

где E_n – модуль нормальной составляющей поля $\vec{E}$. Или просто:

$$\Phi_E = \mathrm{E S cos\alpha}$$

Теорема Гаусса утверждает:

Поток вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ε_0.

$$\Phi_{\text{Е}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{\text{ВНУТР}}$$

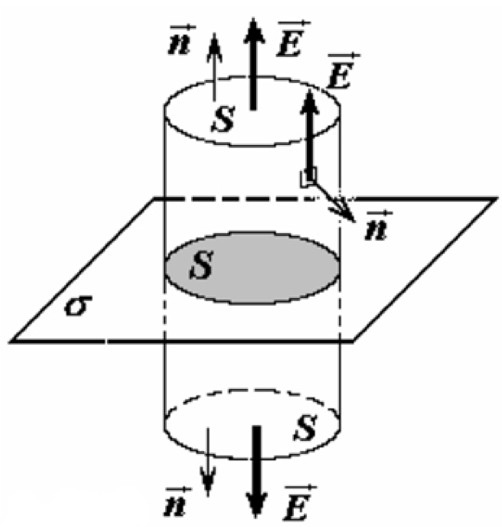
Рассмотрим несколько задач, причём, первые три теоретические и, в принципе, их результатом можно пользоваться при решении задач без вывода формул.

Задача 1. Найдите напряженность электрического поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью. Поверхностная плотность заряда σ.

Решение:

Выберем поверхность прямого цилиндра, образующие которого перпендикулярны плоскости, а основания площадью S параллельны ей и находятся на равных расстояниях от плоскости.

Прежде всего, заметим, что поток вектора напряженности через боковую поверхность цилиндра равен нулю, так как во всех точках боковой поверхности векторы напряженности $\vec{\mathrm{E}}$ и нормали $\vec{n}$ взаимно перпендикулярны, следовательно, cosα=0.



Поток через верхнее основание цилиндра может быть записан в виде

$\Phi_1 = E \cdot S$, $(\cos\alpha = 1)$

так модуль напряженности поля на основании цилиндра постоянен, а по направлению совпадает с вектором нормали. Такое же значение имеет поток через нижнее основание.

Таким образом, суммарный поток вектора напряженности электрического поля через поверхность цилиндра равен

$\Phi = 2E \cdot S$.

С другой стороны, по теореме Гаусса

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{\text{ВНУТР}}$$

где $q_{\text{ВНУТР}}$ – заряд, заключенный внутри поверхности цилиндра:

$q_{\text{ВНУТР}} = \sigma \cdot S$.

Следовательно,

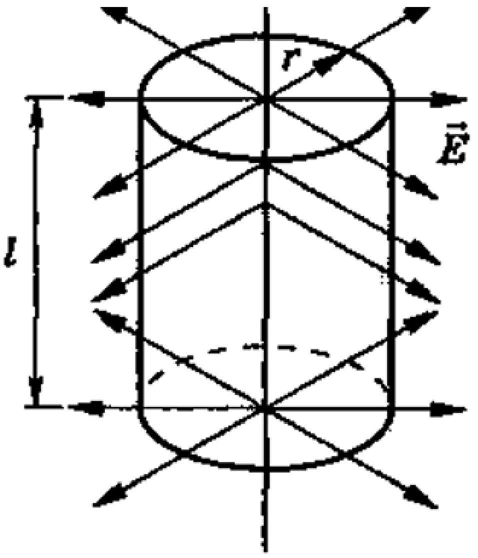
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

Главная составляющая успеха – анализ симметрии поля, позволивший разумно выбрать поверхность, для использования теоремы Гаусса. Также обратите внимание, что напряженность данного поля одинакова во всех точках, следовательно, это поля является однородным. Подчеркнем, независимость напряженности поля от расстояния до плоскости h никак не следует из симметрии поля, это результат нашего расчета.

Примечание. Для плоскости, заряженной отрицательно, результат будет таким же, лишь направление вектора $\vec{E}$ изменится на противоположное.

Задача 2. Найдите напряженность электрического поля, создаваемого в вакууме бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда τ.

Решение: Вычислим поток напряженности через цилиндр, ось которого совпадает с заряженной нитью



Радиус цилиндра r, а его высота l.

Из соображений симметрии очевидно, что линии напряженности $\vec{E}$ перпендикулярны боковой поверхности цилиндра. Поэтому поток напряженности через боковую поверхность цилиндра равен

$\Phi = ES = E \cdot 2\pi r l$,

Поток через основания цилиндра равен нулю ($\alpha = 90°$).

С другой стороны, по теореме Гаусса

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{ВНУТР},$$

где $q_{ВНУТР} = \tau \cdot l$ – заряд, заключенный внутри цилиндра. Следовательно,

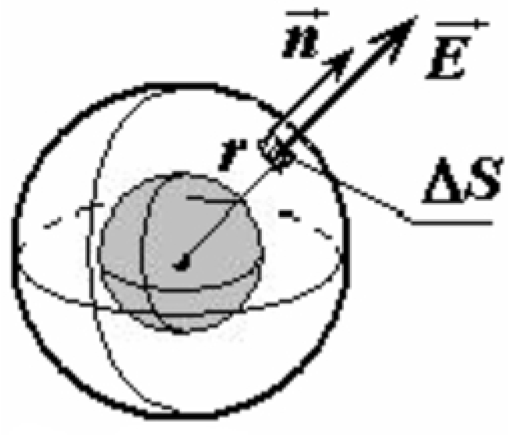
$$E \cdot 2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0} \tau l$$

Или

$$\boxed{E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

Задача 3. Найдите напряженность электрического поля, создаваемого равномерно заряженной сферой радиуса R. Суммарный заряд сферы q.

Решение: Опять начнем с рассмотрения симметрии поля. Очевидно, что поле, также как распределение зарядов имеет сферическую симметрию. Это означает, что модуль вектора напряженности зависит только от расстояния до центра сферы (или во всех точках, находящихся от центра сферы на одном расстоянии, модуль напряженности постоянен), а направление – радиальное, от центра сферы к точке наблюдения. Выберем в качестве замкнутой поверхности, к которой применим теорему Гаусса, сферу, концентрическую с заряженной оболочкой (рис.).



Пусть радиус сферы r больше радиуса оболочки r>R. Тогда во всех точках этой сферы вектор напряженности направлен вдоль нормали к поверхности, а его модуль постоянен. Поэтому поток вектора напряженности $\vec{E}$ через сферу равен произведению модуля напряженности на площадь сферы

$\Phi = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2$.

По теореме Гаусса это поток равен

$$\Phi_{\text{Е}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{\text{ВНУТР}}$$

Следовательно,

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Значит

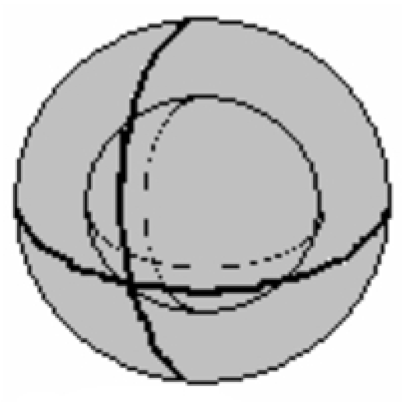
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Или

$$\boxed{E = k\frac{q}{r^2}}$$

Полученная формула, соответствует формуле закона Кулона для точечного заряда, следовательно, вне сферы, поле равномерно заряженной сферы, совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центре сферы.

Поле внутри заряженной сферической оболочки также должно обладать сферической симметрией. Поэтому, поток вектора напряженности электрического поля через сферу, концентрическую с заряженной оболочкой и расположенную внутри нее (рис.)



также выражается формулой

$$Ф=E\cdot S=E\cdot 4\pi r^2$$

Однако внутри этой сферы электрических зарядов нет, поэтому, из теоремы Гаусса следует, что напряженность поля внутри сферы равна нулю. Подчеркнем, если бы теорема Гаусса была не справедлива, то внутри равномерно заряженной оболочки существовало бы электрическое поле.

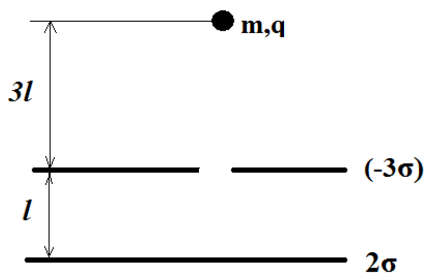
Таким образом, функция, описывающая напряженность поля равномерно заряженной сферы радиуса R, имеет вид:

$$E(r) = 0, \text{при } r < R,$$

$$E(r) = k\frac{q}{r^2}, \text{при } r \geq R.$$

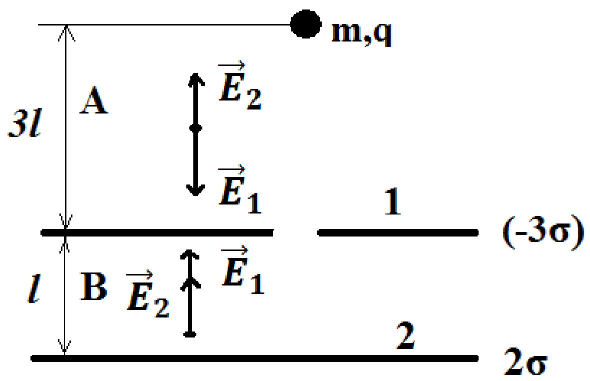
Примечание.

1) Очевидно, что для сферы, заряженной отрицательно, формулы остаются справедливыми, только векторы напряженности будут направлены в противоположные стороны (к центру сферы).



Задача 4. Имеются две параллельные заряженные пластины с поверхностной плотностью зарядов −3σ и 2σ (σ>0), расстояние между которыми *l*. В одной пластине сделано малое отверстие. На расстоянии 3*l* от пластин напротив отверстия удерживают точечное тело с зарядом *q* и массой *m* ($q > 0$). Тело отпускают. Достигнет ли тело пластины с зарядом 2σ и если да, то какую скорость оно будет иметь около этой пластины? А если нет, то на каком расстоянии от нее остановится? Краевыми эффектами пренебречь.

Решение:



Обозначим пластину с отверстием цифрой 1, без отверстия – 2. Электрическое поле в любой точке пространства создается зарядами обеих пластин. Найдем направление напряжённостей каждой пластины в областях А и В. Пользуясь тем, что напряженность поля пластины

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

По принципу суперпозиции находим напряженность поля в областях.

В области А:

$$E_A = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Вектор суммарной напряжённости $\vec{E}_A$ направлен к пластине 1, т.е. вниз на рисунке.

В области В:

$$E_B = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{5\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Вектор суммарной напряжённости $\vec{E}_В$ направлен к пластине 1, т.е. вверх на рисунке.

Работа поля над положительным зарядом q при его движении до нижней пластины равна алгебраической сумме работ придвижении в обоих областях. Заметим, что в области А работа поля положительная (положительное тело движется по направлению результирующего поля), а области В работа поля отрицательная (положительное тело движется против направления результирующего поля). Так как работа поля

$$A = qEd$$

Получим

$$A = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}3l - \frac{q5\sigma}{2\varepsilon_0}l = -\frac{q\sigma l}{\varepsilon_0}$$

Поскольку работа (*) отрицательна, заряд q не достигнет нижней пластины. Точку его остановки найдем по теореме об изменении кинетической энергии – при нулевой начальной и конечной скорости заряда работа поля до точки остановки равна нулю:

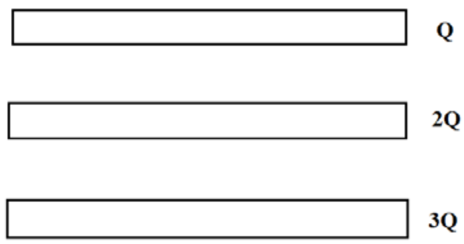
$$A = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}3l - \frac{q5\sigma}{2\varepsilon_0}(l - x) = 0$$

где x – расстояние от точки остановки до нижней пластины. Из последнего находим

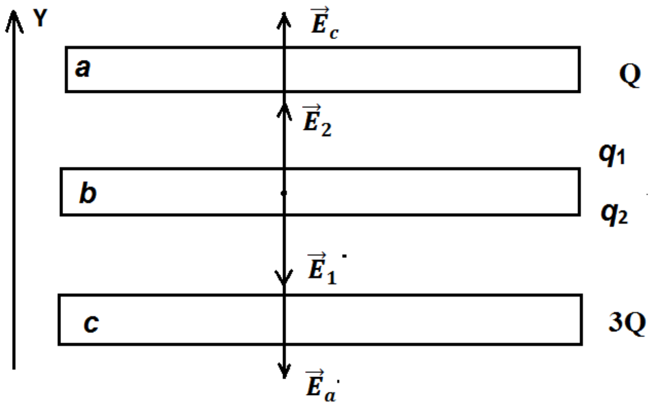
$$x = \frac{2l}{5}$$

Ответ: не достигнет, остановится на расстоянии $x = \frac{2l}{5}$ от нижней пластины.

Задача 5. Три очень большие параллельные металлические пластины заряжены зарядами Q, $2Q$ и $3Q$ (см. рисунок). Найти заряды верхней и нижней поверхности средней пластины. Краевыми эффектами пренебречь.



Решение:



Пусть на верхней и нижней поверхностях средней пластины распределены заряды q_1 и q_2 (см. рисунок). Из закона сохранения электрического заряда имеем:

$$q_1 + q_2 = 2Q \qquad (1)$$

Дальне можно рассмотреть суммарное поле внутри любой пластины, помня о том, что $\vec{E}_{\text{рез}} = 0$. Рассмотрим среднюю пластину. Напряжённость поля пластины

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2S\varepsilon_0}$$

Применяя принцип суперпозиции полей в проекции на ось OY, получим:

$$\frac{3Q}{2S\varepsilon_0} + \frac{q_2}{2S\varepsilon_0} - \frac{Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_1}{2S\varepsilon_0} = 0 \qquad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), получим:

$$q_2 - q_1 = -2Q$$

Значит $q_2 = 0, \quad q_1 = 2Q$.

Ответ: $q_2 = 0, q_1 = 2Q$.

Еще хотелось бы обратить внимание на задачи с концентрическими сферами.

Задача №6. Металлический шар радиусом R, имеющий заряд q, находится внутри диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε. Определите поляризационный заряд, возникающий в диэлектрике у поверхности заряженного шара, и поверхностную плотность поляризационного заряда.

Решение. Если бы вокруг шара не было диэлектрика, то он создавал бы в окружающем пространстве поле с напряженностью $E_1 = k\frac{|q|}{r^2}$, где r >> R.

При наличии диэлектрика возникает поле с напряженностью $E_2 = k\frac{|q|}{\varepsilon r^2}$

Разность $$E = E_1 - E_2 = k\frac{|q|}{r^2} - k\frac{|q|}{\varepsilon r^2} = k\frac{|q|}{r^2}\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \qquad (1)$$

Понятно, что данная разность равна напряженности поля, которое создает поверхностный поляризационный заряд q', появляющийся возле заряженного шара (рис. 1). Заряд q' противоположен по знаку заряду q. Так как поляризационный заряд распределен равномерно по поверхности сферы, то

$$E = k\frac{|q'|}{r^2} \qquad (2)$$

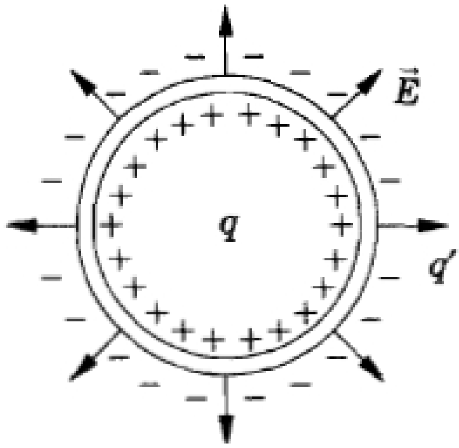


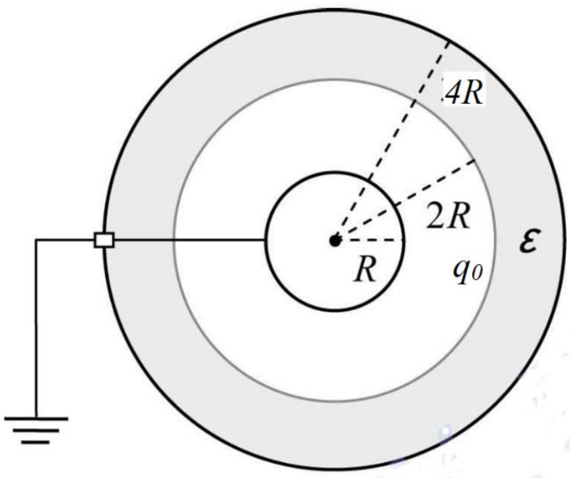
Рис. 1

Приравнивая выражения (1) и (2) , находим: $|q'| = |q|\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$

Примечание: Понимание данной задачи важно при решении подобных задач. Отметим, что под зарядом q стоит понимать и систему зарядов, находящихся внутри диэлектрического сферического слоя.

Задача №7. Металлический шар радиуса R окружен концентрической проводящей сферой радиуса 2R. к сфере прилегает слой твердого однородного диэлектрика с проницаемостью ε=2. Внешний радиус слоя 4R. Шар заземляют (заземляющий провод не касается сферы), а сфере сообщают заряд q_0= - 1,7 нКл. Найдите установившийся заряд шара q.

Решение:



Обозначим заряд на одной поверхности диэлектрика (радиус 4R) Q, а на другой (2R) –Q.

Потенциал внутри шара или сферы находится по формуле

$$\varphi = k\frac{q}{R}$$

Где R – радиус шара.

Так как шар заземлен, то потенциал внутри шара равен 0. Значит, пользуясь принципом суперпозиции полей, получаем:

$$\varphi_{\text{внутри шара}} = k\frac{q}{R} + k\frac{q_0}{2R} + k\frac{(-Q)}{2R} + k\frac{Q}{4R} = 0$$

Или

$$\frac{k}{R}\left(q + \frac{q_0}{2} - \frac{Q}{2} + \frac{Q}{4}\right) = 0$$

Или

$$q + \frac{q_0}{2} - \frac{Q}{4} = 0$$

Значит

$$q = -\frac{q_0}{2} + \frac{Q}{4} \qquad (*)$$

Проводя рассуждения, аналогичные решению задачи №6, получим

$$Q = (q + q_0)\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$$

Подставляя последнее в уравнение (*), получим

$$q = -\frac{q_0}{2} + \frac{(q + q_0)}{4}\frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$$

$$4\varepsilon q = -2\varepsilon q_0 + q\varepsilon + q_0\varepsilon - q - q_0$$

$$4q\varepsilon - q\varepsilon + q = -q_0\varepsilon - q_0$$

$$3q\varepsilon + q = -q_0\varepsilon - q_0$$

$$q(3\varepsilon + 1) = -q_0(\varepsilon + 1)$$

$$q = -q_0\frac{\varepsilon + 1}{3\varepsilon + 1}$$

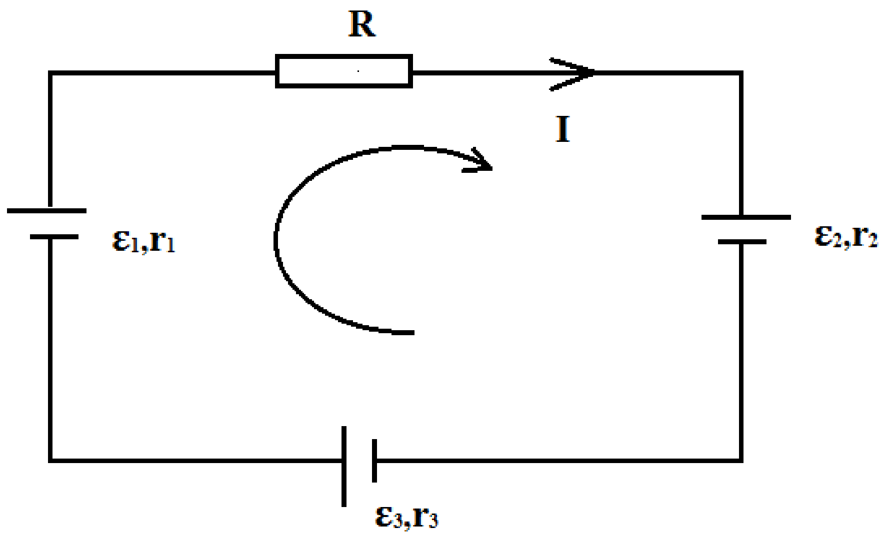
$$q = -(-1{,}7 \times 10^{-9})\frac{2 + 1}{3 \times 2 + 1} \approx 0{,}73 \times 10^{-9}\text{Кл.}$$

Ответ:0,73 нКл.

§ 11. Законы Кирхгофа.

Прежде чем говорить о законах Кирхгофа, рассмотрим задачу, которую я даю на уроках в теме «Закон Ома для полной цепи».

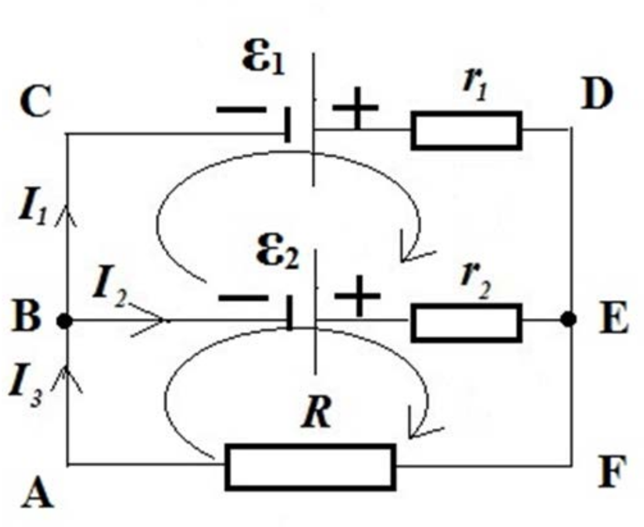
Задача №1. Записать закон Ома для цепи, изображенной на рисунке



Решение: Вначале покажем направление тока. Это делается произвольно, но я принял во внимание то, что ток в цепи направлен от «+» к «-». Так же произвольно выбираем направление положительного обхода (выбрано по часовой стрелке). Стоит помнить – если направление тока совпадает с направлением положительного обхода, тогда ток берем со знаком «+», в противном случае со знаком «-». Цепь содержит четыре последовательно соединенных сопротивления, следовательно, общее сопротивление цепи равно их сумме. Значение ЭДС источника берем с тем знаком, на какую клемму в источнике переходим, двигаясь по направлению положительного обхода. Так, например, в первом источнике, двигаясь по направлению обхода переходим с «-» на «+», значит ε_1 берем со знаком «+», аналогично ε_2 со знаком «-», ε_3 со знаком «+». Таким образом ток в цепи равен:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{R + r_1 + r_2 + r_3}$$

Рассмотрим некоторые понятия



Узел – место соединения трех и более ветвей или проводов. На рисунке всего два узла B и E, но они равноправные, т. е. связывают одни и те же токи, поэтому рассматривать при решении можно любой из них.

Ветвь – участок электрической цепи между двумя узлами, по которому протекает один и тот же ток. На рисунке присутствуют три различных ветви B-C-D-E, B-E и B-A-F-E.

Замкнутый контур – любой замкнутый путь электрической цепи, проходящий по нескольким ветвям

Перейдем теперь непосредственно к законам:

1.Для произвольного узла алгебраическая сумма токов ровна нулю. При этом токи, входящие в узел, берем со знаком «+», выходящие со знаком «-». Можно сказать, и по-другому – **сумма токов, входящих в узел равна сумме токов, выходящих из узла.** Ну, здесь кому как нравиться, суть от этого не изменится.

2. Для произвольного контура алгебраическая сумма падений напряжения на участках контура (I*R) равна алгебраической сумме ЭДС источников в контуре.

$$\sum \boldsymbol{I_i R_i} = \sum \boldsymbol{\varepsilon_i}$$

При решении задач поступаем так же, как и в задаче №1, рассмотренной выше. Произвольно расставляем направления токов, выбираем направления положительного обхода для каждого контура. Если при движении по направлению обхода совпадаем с током, то произведение *IR* берем со знаком «+», иначе со знаком «-». Если при движении по направлению обхода в источнике переходим с отрицательной клеммы на положительную, то соответствующую ЭДС со знаком «+», иначе со знаком «-».

Рассмотрим применение данных законов на конкретных задачах.

Задача1. Два источника с э. д. с. 1,2 и 1,5 В и внутренними сопротивлениями 0,3 и 0,5 Ом параллельно питают активное сопротивление 2 Ом. Определить токи в ветвях электрической цепи.

Дано:

$\varepsilon_1 = 1{,}2\ B$

$\varepsilon_2 = 1{,}5\ B$

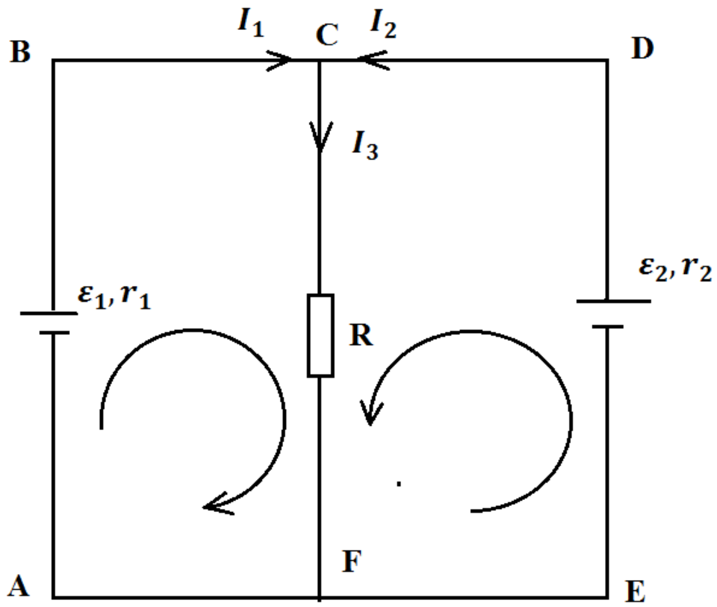
$r_1 = 0{,}3$ Ом

$r_2 = 0{,}5$ Ом

$R = 2$ Ом

$I_1, I_2, I_3 = ?$

Решение:



Расставив направление токов и выбрав направления положительных обходов в каждом контуре, применим законы Кирхгофа

Для узла B: $I_1+I_2-I_3=0$ (1)

Для контура ABEFA: $I_3R+I_1r_1=\varepsilon_1$ (2)

Для контура EDCFE: $I_2r_2+I_3R=\varepsilon_2$ (3)

Получили три уравнения с тремя неизвестными. Решим их как систему.

Из уравнения (2) следует: $I_1 = \frac{\varepsilon_1 - I_3 R}{r_1}$ (4)

Из уравнения (3) следует: $I_2 = \frac{\varepsilon_2 - I_3 R}{r_2}$ (5)

Подставляя (4) и(5) в уравнение (1) получим:

$$\frac{\varepsilon_1 - I_3 R}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - I_3 R}{r_2} - I_3 = 0$$

После преобразований:

$$\varepsilon_1 r_2 - I_3 r_2 R + \varepsilon_2 r_1 - I_3 1R - I_3 r_1 r_2 = 0$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_2 r_1 + \varepsilon_1 r_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

$$I_3 = \frac{1{,}5 \times 0{,}3 + 1{,}2 \times 0{,}5}{0{,}3 \times 0{,}5 + 2(0{,}3 + 0{,}5)} = \frac{1{,}05}{1{,}75} = 0{,}6(A)$$

Тогда из уравнения (4) следует: $I_1 = \frac{1{,}2 - 0{,}6 \times 2}{0{,}3} = 0$

Из уравнения (5) следует: $I_2 = \frac{1{,}5 - 0{,}6 \times 2}{0{,}5} = 0{,}6(A)$

Ответ: 0;0,6A;0,6A.

Задача 2. Даны две батареи аккумуляторов с ЭДС $\varepsilon_1 = 10\ B$ с внутренним сопротивлением $r_1 = 1$ Ом, $\varepsilon_2 = 8$ В и $r_2 = 2$ Ом. Реостат имеет сопротивление $R = 6$ Ом. Элементы цепи соединены по схеме, показанной на рисунке. Найти силу тока в батареях и реостате.

Дано:

$\varepsilon_1 = 10\ B$

$\varepsilon_2 = 8\ B$

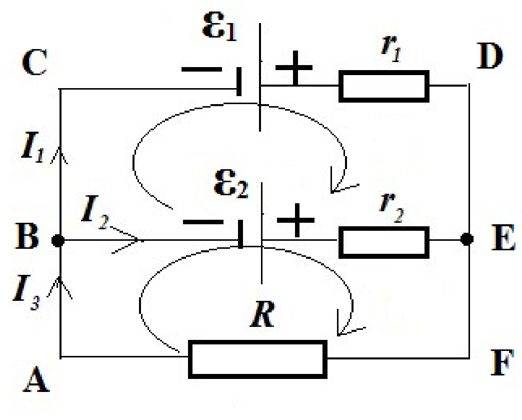
$r_1 = 1$ Ом

$r_2 = 2$ Ом

$R = 6$ Ом

$I_1, I_2, I_3 = ?$

Решение:



Расставив направление токов и выбрав направления положительных обходов в каждом контуре, применим законы Кирхгофа.

Для узла В: I_3-I_1-I_2=0 (1)

Для контура ABEFA: $I_3R+I_2r_2=\varepsilon_2$ (2)

Для контура BCDEB: $I_1r_1-I_2r_2=\varepsilon_1-\varepsilon_2$ (3)

Получили три уравнения с тремя неизвестными. Решим их как систему. Из уравнения (2) следует: $I_3 = \frac{\varepsilon_2 - I_2 r_2}{R}$ (4)

Из уравнения (3) следует: $I_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_2 r_2}{r_1}$ (5)

Подставляя (4) и(5) в уравнение (1) получим:

$$\frac{\varepsilon_2 - I_2 r_2}{R} - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_2 r_2}{r_1} - I_2 = 0$$

После преобразований:

$$\varepsilon_2 r_1 - I_2 r_2 r_1 - \varepsilon_1 R + \varepsilon_2 R - I_2 r_2 R - I_2 r_1 R = 0$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 r_1 - \varepsilon_1 R + \varepsilon_2 R}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

$$I_2 = \frac{10 \times 1 - 10 \times 6 + 10 \times 6}{1 \times 2 + 6(1 + 2)} = \frac{10}{20} = 0{,}5(A)$$

Тогда из уравнения (4) следует: $I_3 = \frac{10 - 0{,}5 \times 2}{6} = \frac{9}{6} = 1{,}5(A)$

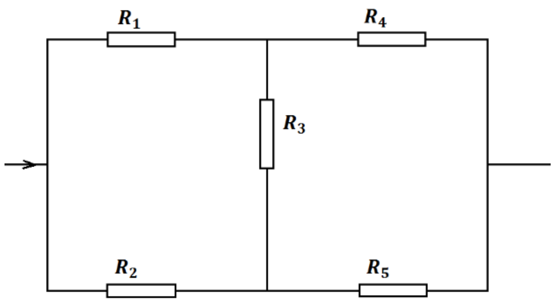
Из уравнения (5) следует: $I_1 = \frac{10 - 10 + 0{,}5 \times 2}{1} = 1(A)$

Ответ: 1А;0,5А;1,5А.

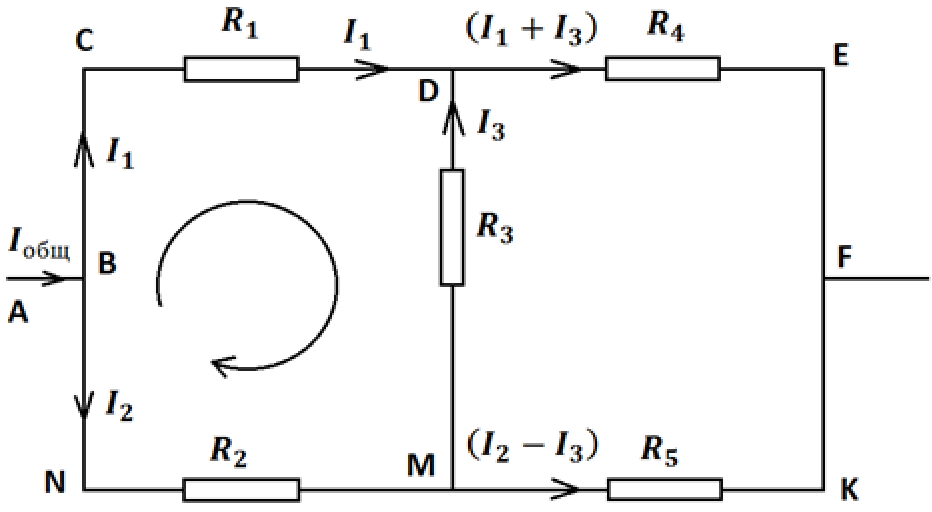
Задача №3. В схеме, предоставленной на рисунке сопротивления резисторов известны: R_1=10 Ом, R_2=20 Ом, R_3=40 Ом, R_4=30 Ом, R_5=30 Ом. Определить:

1. Общее сопротивление цепи.

2. При каких условиях ток через резистор R_3 равен нулю.



Решение: Расставим токи, протекающие в цепи, сразу учитывая первый закон Кирхгофа, т.е. выразим токи через резисторы R_4 и R_5.



Предположим, что к цепи приложено напряжение $U_{общ}$. Тогда по второму закону Кирхгофа:

Для ветви ABCDEF: $U_{общ} = I_1R_1 + (I_1 + I_3)R_4$ (1)

Для ветви ABNMKF: $U_{общ} = I_2R_2 + (I_2 - I_3)R_5$ (2)

Для контура BCDMNB: $I_1R_1 - I_3R_3 - I_2R_2 = 0$ (3)

Из уравнения (1) следует $I_1 = \frac{U_{общ} - I_3R_4}{R_1 + R_4}$ (4)

Из уравнения (2) следует $I_2 = \frac{U_{общ} + I_3R_5}{R_2 + R_5}$ (5)

Ответим вначале на второй вопрос задачи. Для этого подставим выражения (4) и (5) в уравнение (3)

$$\frac{U_{общ}R_1 - I_3R_4R_1}{R_1 + R_4} - I_3R_3 - \frac{U_{общ}R_2 + I_3R_5R_2}{R_2 + R_5} = 0$$

Приводим к общему знаменателю и приравниваем числитель к нулю:

$$\left(U_{общ}R_1 - I_3R_4R_1\right)(R_2 + R_5) - I_3R_3(R_1 + R_4)(R_2 + R_5) -$$
$$-\left(U_{общ}R_2 + I_3R_5R_2\right)(R_1 + R_4) = 0$$

Или

$$U_{общ}R_1R_2 + U_{общ}R_1R_5 - I_3R_1R_2R_4 - I_3R_1R_4R_5 - I_3R_1R_2R_3 -$$
$$-I_3R_1R_3R_5 - I_3R_2R_3R_4 - I_3R_3R_4R_5 - U_{общ}R_1R_2 - U_{общ}R_2R_4 -$$
$$-I_3R_1R_2R_5 - I_3R_2R_4R_5 = 0$$

Тогда

$$U_{общ}(R_1R_2 + R_1R_5 - R_1R_2 - R_2R_4) =$$

$$= I_3(R_1R_2R_4 + R_1R_4R_5 + R_1R_2R_3 + R_1R_3R_5 + R_2R_3R_4 + R_3R_4R_5 + R_1R_2R_5 + R_2R_4R_5)$$

Итак

$$I_3 = \frac{U_{общ}(R_1R_2 + R_1R_5 - R_1R_2 - R_2R_4)}{R_1(R_2R_4 + R_4R_5 + R_2R_3 + R_3R_5 + R_2R_5) + R_4(R_2R_3 + R_3R_5 + R_2R_5)}$$

Или

$$I_3 = \frac{U_{общ}(R_1R_5 - R_2R_4)}{R_1(R_2R_4 + R_4R_5 + R_2R_3 + R_3R_5 + R_2R_5) + R_4(R_2R_3 + R_3R_5 + R_2R_5)}$$

По условию вопроса $I_3 = 0$, следовательно, т.к. знаменатель последней дроби не равен нулю, получаем:

$$R_1R_5 - R_2R_4 = 0$$

Значит ток через резистор R_3 если выполняется условие:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_5}$$

Примечание: Данная задача довольно часто встречается на различных олимпиадах. Стоит отметить, что если вместо резисторов будут конденсаторы и будет выполняться аналогичное равенство для электроёмкостей, то заряд и напряжение на третьем конденсаторе будут равны нулю

Для ответа на первый вопрос подставим в выражения (4) и (5) соответствующие значения (для упрощения решения)

$$I_1 = \frac{U_{общ} - I_3 \times 30}{10 + 30} = 0{,}025U_{общ} - 0{,}75I_3$$

$$I_2 = \frac{U_{общ} + I_3 \times 30}{20 + 30} = 0{,}02U_{общ} + 0{,}6I_3$$

И подставляем в уравнение (3)

$$\left(0{,}025U_{общ} - 0{,}75I_3\right) \times 10 - 40 \times I_3 - \left(0{,}02U_{общ} + 0{,}6I_3\right) \times 20 = 0$$

$$-0{,}15U_{общ} - 59{,}5I_3 = 0$$

$$I_3 \approx -0{,}0025U_{общ}$$

Тогда

$$I_1 \approx 0{,}027U_{общ}$$

$$I_2 = 0{,}0185U_{\text{общ}}$$

Из схемы видно

$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 = 0{,}0455U_{\text{общ}}$$

Значит

$$R_{\text{общ}} = \frac{U_{\text{общ}}}{I_{\text{общ}}} = \frac{U_{\text{общ}}}{0{,}0455U_{\text{общ}}} \approx 22(\text{Ом})$$

Ответ: 22 Ом

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

(по материалам методических рекомендаций при подготовке к олимпиаде «РОСАТОМ»)

Так как же решают задачи (в том числе и олимпиадные) по физике и как лучше готовиться к олимпиадам? Чтобы научиться решать задачи, их нужно … решать. Пробовать, сомневаться, еще раз пробовать. Еще и еще пытаться «прочувствовать» логику физических законов и математических теорем, и снова пробовать решать задачи. Все же остальные советы по решениям являются конкретными и касаются тех разделов физики, которые рассматриваются в данной задаче. Тем не менее, несколько общих рекомендаций по решению задач (и, соответственно, подготовке к участию в олимпиадах) можно сформулировать. При решении задач полезно придерживаться определенного порядка действий.

1. Внимательно прочтите условие. Перескажите его себе «своими словами» и «своими же словами» сформулируйте вопрос задачи. Если вам это поможет, выпишите все данные задачи (слева, справа, снизу или сверху – не важно).

2. Начертите чертеж, причем постарайтесь сделать это в правильном масштабе: на чертеже кубы должны быть похожи на кубы, круги на круги, наклонные плоскости на наклонные плоскости. «Функционально» хороший чертеж поможет решить задачу, плохой – помешает. На чертеже приведите все данные условия, чтобы они были у вас «перед глазами».

3. Постарайтесь использовать численные значения физических величин в Международной системе единиц (СИ), хотя это и необязательно, особенно если ответ выражается через отношение однородных величин.

4. И теперь главное. Вспомните те определения, теоремы и законы, которые «управляют» рассматриваемой задачей или явлением, вспомните их логику, принципы, идеи, похожие случаи.

5. И ничего не выдумывайте. Все выдумали до нас! Поэтому если вы пытаетесь «выдумать» решение, то, скорее всего, вы действуете неправильно. Ваша задача не выдумать, а вспомнить! Вспомнить логику математических теорем

и физических законов и точно «приспособить» их к рассматриваемому случаю. Но приспособить нужно будет не формулу, а ту логику, которая в теоремах и законах содержится, и точно ей следовать.

6. Постарайтесь решить полученные на основе математических теорем и физических законов уравнения в общем («буквенном») виде, поскольку в этом случае проще проверить ответ, проверить размерность, частные случаи и т.д.

7. Проверьте размерность ответа. Единицы его измерения должны совпадать с единицей измерения искомой величины. Это означает, что если вы должны вычислить скорость, то ответ должен иметь размерность м/с, км/с, км/ч, но никак не метры, килограммы и т.д. Помните, что складывать или сравнивать величины разной размерности нельзя, и если в ответ у вас входит комбинация $a + m$, где a – ускорение тела, а m – его масса, то этот ответ неправильный.

8. Проверьте свой ответ на здравый смысл: если масса получилась отрицательной, скорость – больше скорости света, а ответ при каких-то возможных значениях параметров содержит нуль в знаменателе – ваш ответ неверен.

9. Попробуйте проверить ответ на частные случаи, т.е. рассмотрите такие модификации задачи, когда ответ понятен и без решения, и убедитесь, что полученный вами ответ в него переходит. Конечно, умение решать задачи приходит с опытом и изученными книгами.

Теоретические дополнения
к программе по физике
для ЦТО (10 класс)

Учебно-методическое пособие

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 05.09.2022. Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Печать офсетная.
Бумага офсетная. Усл. печ. л.1,86. Тираж 500 экз. Заказ № 04.

Отпечатано с готового оригинал-макета в библиотечно-издательском отделе
государственного автономного учреждения дополнительного профессионального образования
«Брянский институт повышения квалификации работников образования»
241022, г. Брянск, ул. Димитрова, д. 112